

UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ
Ústav aplikované fyziky a matematiky

F Y Z I K A I

Sbírka příkladů
pro technické obory prezenčního studia
Dopravní fakulty Jana Pernera
(PF1CP & PF1PP)

RNDr. Jan Z a j í c , CSc.

Pardubice 2011

Obsah :

I. FYZIKÁLNÍ VELIČINY A JEJICH JEDNOTKY	3
II. MECHANIKA HMOTNÉHO BODU	7
II.1 Kinematika pohybu hmotného bodu	7
a) pohyby rovnoměrné	7
b) pohyby zrychlené a zpomalené	9
c) pohyby v homogenním tíhovém poli Země	13
II.2 Dynamika pohybu hmotného bodu	16
a) Newtonovy pohybové zákony	16
b) práce, energie, výkon	18
III. MECHANIKA SOUSTAV HMOTNÝCH BODŮ	22
IV. MECHANIKA TĚLES	24
IV.1 Mechanika tuhého tělesa	24
a) skládání a rozklad sil, moment síly	24
b) rotační pohyb tuhého tělesa	28
IV.2 Deformace pružných těles	33
V. GRAVITAČNÍ POLE	35
VI. ELEKTRICKÉ POLE	38
VII. USTÁLENÝ ELEKTRICKÝ PROUD	42

© RNDr. Jan Z a j í c , CSc., 2011



I. Fyzikální veličiny a jejich jednotky

1. Převed'te na dané jednotky:

2 hod 36 min	=	s
1 rok	=	s
20 μs	=	s
4,5 ns	=	s
480 cm^2	=	m^2
64 mm^2	=	m^2
720 m^2	=	km^2
300 cm^3	=	m^3
55 l	=	m^3
18 $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$	=	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
35 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	=	$\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$
19,5 $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$	=	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
780 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	=	$\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$
350 kN	=	N
75 mJ	=	J
0,006 GJ	=	J
560 J	=	kJ
2,5 MW	=	W
80 000 Pa	=	MPa
101,3 kPa	=	Pa
6,2 μC	=	C
1 eV	=	J
12 mA	=	A
6,5 kA	=	A
0,025 A	=	mA
2,6 μV	=	V
12 kV	=	mV
6,6 $\text{M}\Omega$	=	Ω
260 nF	=	F

2. Určete velikost výslednice dvou sil o velikostech 36 kN a 54 kN působících v jednom bodě, jestliže
- mají stejný směr,
 - mají opačný směr,
 - jsou navzájem kolmé,
 - svírají navzájem úhel 30° ,
 - svírají navzájem úhel 120° .

$$(F_a = 90 \text{ kN} ; F_b = 18 \text{ kN} ; F_c = 65 \text{ kN} ; F_d = 87 \text{ kN} ; F_e = 48 \text{ kN})$$

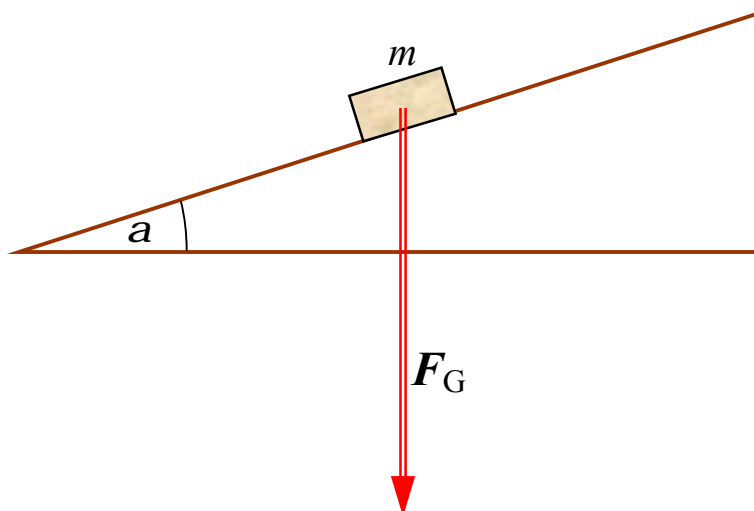
3. V jednom bodě působí dvě navzájem kolmé síly, jejichž velikosti jsou $F_1 = 2,45 \text{ N}$ a $F_2 = 4,62 \text{ N}$. Určete jejich výslednici, tj. její velikost i směr
- graficky,
 - výpočtem.

$$(F = 5,23 \text{ N} ; j = 62^\circ - \text{vzhledem ke směru síly } F_1)$$

4. V jednom bodě působí dvě síly o velikostech $F_1 = 16,0 \text{ N}$ a $F_2 = 22,0 \text{ N}$. Určete jednak graficky, jednak výpočtem velikost a směr jejich výslednice, jestliže tyto síly spolu svírají navzájem úhel
- 60° ,
 - 150° .

$$(F_a = 33,0 \text{ N} ; j_a = 35^\circ - \text{vzhledem ke směru síly } F_1 ; \\ F_b = 11,4 \text{ N} ; j_b = 106^\circ - \text{vzhledem ke směru síly } F_1)$$

5. Proveďte graficky rozklad tíhové síly F_G na tečnou a normálovou složku na nakloněné rovině.



6. Těleso mající hmotnost 650 kg se nachází na nakloněné rovině s úhlem sklonu 30° . Jak velkou tlakovou silou působí na podložku nakloněné roviny? Jak velká síla by jej uvedla do pohybu, kdyby byla podložka dokonale hladká a kdyby neexistovalo tření? Hodnotu tíhového zrychlení v tomto i v dalším příkladu zaokrouhlete na $g \approx 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$$(F_n = 5\,630 \text{ N} ; F_t = 3\,250 \text{ N})$$

7. Cyklista o hmotnosti 75 kg jede do kopce se sklonem 18 %. Jak velkou tlakovou silou působí na silnici? Jak velká síla je tečná síla, jež na něj působí ve směru podél kopce dolů?

$$(F_n = 738 \text{ N} ; F_t = 135 \text{ N})$$

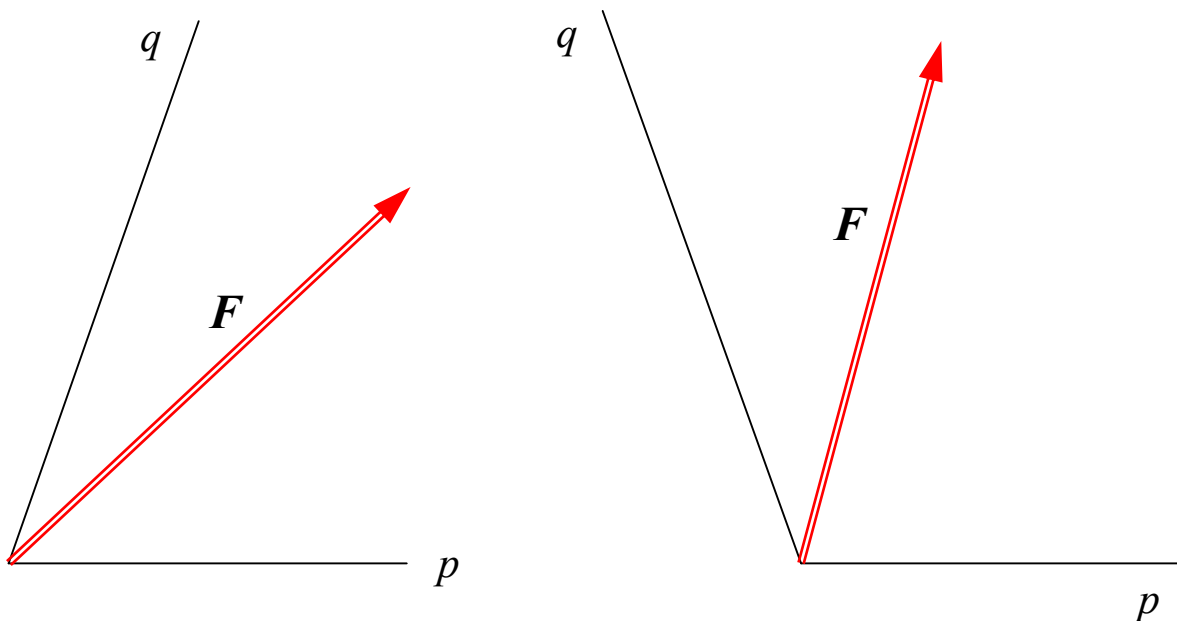
8. Sílu F o velikosti 16,0 N rozložte na dvě navzájem kolmé složky F_1 a F_2 tak, aby síla F_1 svírala se směrem síly F právě úhel 36° . Jaké budou velikosti obou složek?

$$(F_1 = 12,9 \text{ N} ; F_2 = 9,4 \text{ N})$$

9. Síla F o velikosti 320 N je výslednicí dvou různoběžných sil působících v jednom bodě. První síla F_1 má velikost 190 N a svírá se směrem výslednice úhel 75° . Určete velikost a směr druhé ze skládaných sil.

$$(F_2 = 327 \text{ N} ; \alpha = 34^\circ - \text{vzhledem ke směru výslednice } F)$$

10. Proveďte graficky rozklad síly F do směrů přímek p a q .



- 11.** Člun pluje kolmo ke směru proudu řeky rychlostí o velikosti $4,5 \text{ m.s}^{-1}$, rychlost říčního proudu má velikost $2,8 \text{ m.s}^{-1}$. Určete, jak velká je výsledná rychlost člunu. O kolik metrů ve směru toku bude člun unesen proudem, je-li řeka široká 80 m? Jak dlouho člunu potrvá přeplutí řeky?

$$(v = 5,3 \text{ m.s}^{-1}; x = 50 \text{ m}; t = 18 \text{ s})$$

- 12.** Pod jakým úhlem musí plout člun z předcházejícího příkladu proti proudu, aby přistál přesně naproti místu, z něhož vyplul? Jak dlouho mu bude v tomto případě trvat, než přepluje řeku?

$$(j = 38,5^\circ; t = 23 \text{ s})$$

- 13.** Podélná osa letadla míří přesně severním směrem, rychlost letadla vůči klidnému ovzduší má velikost $110,0 \text{ m.s}^{-1}$. Kam ve skutečnosti letoun poletí a jaká bude jeho výsledná rychlost, fouká-li od jihozápadu vítr rychlostí o velikosti $20,0 \text{ m.s}^{-1}$?

($v = 123 \text{ m.s}^{-1}$; letadlo poletí směrem k severoseverovýchodu → směr jeho letu bude odkloněn od zemského poledníku o úhel $j \approx 7,4^\circ$)

- 14.** Po moři směrem od břehu pluje loď rychlostí o velikosti 10 m.s^{-1} , přičemž tento vektor svírá s linií pobřeží úhel 30° . V okamžiku, kdy se loď nachází ve vzdálenosti 500 m od přístaviště (měřeno přesně ve směru kolmém ke břehu), vyrazí z přístaviště člun rychlostí o velikosti 12 m.s^{-1} . Jakým směrem musí člun mířit, aby se s lodí setkal?

(Vektor rychlosti v_2 člunu musí svírat s linií pobřeží úhel přibližně 44° .)



II. Mechanika hmotného bodu

II.1 Kinematika pohybu hmotného bodu

a) pohyby rovnoměrné

- 15.** Vlak jel první čtvrt hodinu průměrnou rychlostí 75 km.h^{-1} , v druhé čtvrt hodině vzrostla jeho průměrná rychlost na 105 km.h^{-1} . Jaká byla průměrnou rychlost vlaku během celé půlhodiny?

$$(v_p = 90 \text{ km.h}^{-1})$$

- 16.** Cyklisté stoupají na Tourmalet průměrnou rychlostí 16 km.h^{-1} . Následuje stejně dlouhý sjezd do údolí a v něm je jejich průměrná rychlost 64 km.h^{-1} . Určete, jakou průměrnou rychlost mají cyklisté při zdolání celého horského masívu.

$$(v_p = 25,6 \text{ km.h}^{-1})$$

- 17.** Určete průměrnou rychlost letounu během celého letu, když cestu v jednom směru urazí průměrnou rychlostí 720 km.h^{-1} a stejně dlouhou zpáteční cestu pak rychlostí 900 km.h^{-1} .

$$(v_p = 800 \text{ km.h}^{-1})$$

- 18.** První třetinu dráhy jede auto rychlostí 40 km.h^{-1} , druhou třetinu pak rychlostí 60 km.h^{-1} a tu poslední rychlostí 100 km.h^{-1} . Jaká je průměrná rychlost auta na celé jeho cestě?

$$(v_p = 58,1 \text{ km.h}^{-1})$$

- 19.** Těleso se po určité dráze pohybuje tak, že na první pětině dráhy má stálou rychlost 2 m.s^{-1} . Na zbývajících čtyřech pětinach se pohybuje rovněž stálou rychlostí 30 m.s^{-1} . Určete jeho průměrnou rychlost na celé dráze.

$$(v_p = 7,9 \text{ m.s}^{-1})$$

- 20.** Těleso urazilo jistý úsek své dráhy rychlostí stálé velikosti v . Pak začalo brzdit a se stálým zpomalením urazilo následující úsek dvakrát delší než první za čas pětkrát delší, než jaký potřebovalo na překonání úseku prvního. Určete průměrnou rychlost tělesa (vyjádřete ji pomocí rychlosti v).

$$(v_p = 0,5 v)$$

- 21.** Při stejném pohonu se loďka pohybuje proti proudu řeky rychlostí $2,4 \text{ km.h}^{-1}$, po proudu řeky pak rychlostí $6,6 \text{ km.h}^{-1}$. Určete rychlost loďky a rychlost říčního proudu.

$$(v_l = 4,5 \text{ km.h}^{-1} ; v_r = 2,1 \text{ km.h}^{-1})$$

- 22.** Určete jak velká bude průměrná rychlost loďky z předcházejícího příkladu, jestliže nejprve popluje jistý úsek po proudu, a pak stejně dlouhý úsek zpět proti němu.

$$(v_p = 3,5 \text{ km.h}^{-1})$$

- 23.** Ze dvou míst navzájem vzdálených 48 km vyrazily současně proti sobě motocykl, jehož rychlost byla 50 km.h^{-1} , a auto rychlostí 70 km.h^{-1} . Kdy a kde se potkají?

(Potkají se za 24 minut 28 km od místa, z něhož vyjelo auto.)

- 24.** Ze dvou míst od sebe vzdálených 20 km se současně začnou pohybovat dvě tělesa stejným směrem. První má rychlost 100 m.s^{-1} , druhé 60 m.s^{-1} . Za jakou dobu dostihne rychlejší těleso pomalejší? Jakou vzdálenost obě tělesa za tuto dobu urazí?

(Dostihne ho za 500 s; rychlejší přitom ujede vzdálenost 50 km a pomalejší 30 km.)

- 25.** Ze dvou míst **K** a **L** navzájem vzdálených 96 km postupně vyrazí proti sobě dva dopravní prostředky. První stálou rychlostí o velikosti 72 km.h^{-1} , druhý pak o půl hodiny později rovněž stálou rychlostí 108 km.h^{-1} . Určete místo, kde se oba dopravní prostředky setkají.

(Potkají se za 50 minut od okamžiku, kdy vyrazil první dopravní prostředek (a tedy 20 minut poté, co vyrazil ten druhý) ve vzdálenosti 60 km od bodu **K** a 36 km od bodu **L**.)

- 26.** Z města **A** vyjede ve 12 hodin rychlík rychlostí 80 km.h^{-1} do města **B** vzdáleného 520 km. Z města **B** pak ve 14 hodin vyjede do města **A** expres rychlostí 100 km.h^{-1} . Kdy a kde se oba vlaky potkají?

(Vlaky se potkají v 16 hodin, ve vzdálenosti 320 km od města **A**.)

- 27.** Z města **M** vyjede v 8 hodin rychlík průměrnou rychlostí 80 km.h^{-1} do města **N** vzdáleného 400 km. Hodinu poté vyjede za ním z téhož města **M** expres. Jaká musí být jeho průměrná rychlost, aby první vlak dojel právě 40 km před městem **N**?

(Expres dojede rychlík ve 12.30 hod;
rychlost expresu musí přitom být přibližně 103 km.h^{-1} .)

- 28.** Vlak má délku 300 m a jede přes most stálou rychlostí o velikosti 72 km.h^{-1} . Od okamžiku, kdy na most vjela lokomotiva, do okamžiku, kdy most opustil poslední vagón, uplynulo přesně 24 s. Určete délku mostu.

$$(l = 180 \text{ m})$$

- 29.** Na dvou sousedních kolejích jedou proti sobě dva vlaky. První o délce 340 metrů má stálou rychlost o velikosti 90 km.h^{-1} , druhý, jehož délka je 180 m, jede stálou rychlostí o velikosti 144 km.h^{-1} . Určete, jak dlouhý je časový interval od setkání lokomotiv po minutí posledních vagónů obou vlaků.

$$(t = 8 \text{ s})$$

30. Na dvojkolejně trati jedou současně stejným směrem dva vlaky. První o délce 360 metrů má stálou rychlost o velikosti 54 km.h^{-1} . Za ním pak jede druhý, jehož délka je 240 m a jehož rychlost má stálou velikost 126 km.h^{-1} . Určete, jak dlouho bude rychlejší vlak předjíždět vlak pomalejší (měřeno od okamžiku, kdy lokomotiva rychlejšího dostihne poslední vagón pomalejšího po okamžik, kdy poslední vagón rychlejšího míjí lokomotivu pomalejšího).

$$(t = 30 \text{ s})$$

31. Souběžně se železniční tratí vede silnice. Chodce jdoucího rychlostí $7,5 \text{ km.h}^{-1}$ minul rychlík, jenž jel proti němu, za 11 s. Cyklista jedoucí stejným směrem jako vlak rychlostí 45 km.h^{-1} byl předjet za 18 s. Určete rychlost a délku rychlíku.

$$(v = 127,5 \text{ km.h}^{-1} ; l = 412,5 \text{ m})$$

32. Sportovec překoná 18 km úsek za 1,5 hodiny. První část jde chůzí rychlostí 2 m.s^{-1} , druhou část pak běží rychlostí $4,5 \text{ m.s}^{-1}$. Vypočítejte délku obou částí jeho cesty.

$$(s_1 = 5\,040 \text{ m} ; s_2 = 12\,960 \text{ m})$$



b) pohyby zrychlené a zpomalené

33. Vlak se rozjíždí z klidu se stálým zrychlením o velikosti $0,5 \text{ m.s}^{-2}$. Za jakou dobu dosáhne rychlosti 90 km.h^{-1} a jakou dráhu přitom ujede?

$$(t = 50 \text{ s} ; s = 625 \text{ m})$$

34. Automobil jedoucí rychlostí o velikosti 72 km.h^{-1} začne svoji rychlost rovnoměrně zvyšovat se zrychlením $0,4 \text{ m.s}^{-2}$. Za jak dlouho dosáhne rychlosti 108 km.h^{-1} a jakou přitom za tuto dobu urazí dráhu?

$$(t = 25 \text{ s} ; s = 625 \text{ m})$$

35. Těleso se pohybuje z klidu se stálým zrychlením 2 m.s^{-2} . V určitém místě má jeho rychlost velikost 20 m.s^{-1} . Jaké rychlosti dosáhne o 200 m dále?

$$(v_2 = 34,6 \text{ m.s}^{-1})$$

36. Auto se rozjíždí se stálým zrychlením a projede dráhu mezi body **X** a **Y**, jejichž vzdálenost je právě 30 m, za 2 s. V bodě **Y** má přitom rychlost 16 m.s^{-1} . Určete zrychlení auta a velikost jeho rychlosti v bodě **X**.

$$(a = 1 \text{ m.s}^{-2} ; v_A = 14 \text{ m.s}^{-1})$$

- 37.** Střela opouští po výstřelu hlaveň děla o délce 4,5 m okamžitou rychlostí 720 m.s^{-1} . Určete, za jakou dobu proběhne střela hlavní a jak velké je její zrychlení, považujeme-li její pohyb za rovnoměrně zrychlený?

$$(t = 12,5 \text{ ms} ; a = 57\,600 \text{ m.s}^{-2})$$

- 38.** Kolo jede rychlostí 6 m.s^{-1} . Na začátku měřeného úseku délky 40 m začne cyklista zrychlovat tak, že jej urazí za 5 s. Jak velké bylo zrychlení jeho pohybu za předpokladu, že se jednalo o pohyb rovnoměrně zrychlený?

$$(a = 0,8 \text{ m.s}^{-2})$$

- 39.** Cyklista, který jede rychlostí o velikosti 5 m.s^{-1} , ztrojnásobí tuto rychlost za 20 s. Jaké je zrychlení jeho pohybu a jakou dráhu přitom za tuto dobu ujede?

$$(a = 0,5 \text{ m.s}^{-2} ; s = 200 \text{ m})$$

- 40.** Určete velikost zrychlení přímočarého pohybu tělesa, jež bylo původně v klidu, když právě v šesté sekundě od začátku pohybu urazilo dráhu 10 m ?

$$(a = 1,82 \text{ m.s}^{-2})$$

- 41.** Závislost dráhy přímočaře se pohybujícího tělesa na čase je popsána rovnicí

$$s = 0,25.t^2 + 0,5.t - 10 ; [s] = \text{m} ; [t] = \text{s} .$$

Vypočítejte průměrnou rychlost tělesa, již dosáhne v intervalu mezi koncem páté a začátkem jedenácté sekundy od okamžiku, kdy jsme zmáčkli stopky a začali sledovat jeho pohyb.

$$(v_p = 4,25 \text{ m.s}^{-1})$$

- 42.** Předpokládejme, že vlak při rozjezdu zvyšuje svoji rychlost rovnoměrně, přičemž urazí vzdálenost mezi desátým a dvacátým metrem své dráhy (měřeno od místa rozjezdu) za 3,5 s. Určete

- s jak velkým zrychlením se vlak pohybuje,
- jak dlouhou dráhu urazí než jeho rychlost dosáhne velikosti 120 km.h^{-1} ,
- jak dlouho mu bude trvat, než získá tuto rychlost.

$$(a = 0,28 \text{ m.s}^{-2} ; s = 1\,980 \text{ m} ; t = 120 \text{ s})$$

- 43.** Auto se rozjíždí z klidu se stálým zrychlením a po projetí dráhy 240 m dosáhne rychlosti o velikosti 90 km.h^{-1} . Vypočítejte

- s jak velkým zrychlením se automobil pohybuje,
- za jak dlouho urazí na uvedené dráze posledních 20 metrů.

$$(a = 1,3 \text{ m.s}^{-2} ; \Delta t = 0,82 \text{ s})$$

- 44.** Automobil jedoucí určitou rychlostí začal svoji rychlost pravidelně zvyšovat se stálým zrychlením, přičemž ujel za první dvě sekundy 24 m a za další dvě sekundy 32 m. Určete, jak velké bylo zrychlení automobilu a jeho počáteční rychlost.

$$(a = 2 \text{ m.s}^{-2} ; v_0 = 10 \text{ m.s}^{-1})$$

45. Těleso se pohybuje přímočaře se stálým zrychlením tak, že dva na sebe navazující úseky délky 120 m urazí postupně za 12 s a za 8 s. Určete zrychlení jeho pohybu.

$$(a = 0,5 \text{ m.s}^{-2})$$

46. Rychlík jedoucí rychlostí 144 km.h^{-1} zastavil na dráze 1 km dlouhé. Určete velikost zrychlení pohybu vlaku a čas potřebný k jeho zastavení.

$$(a = 0,8 \text{ m.s}^{-2} ; t = 50 \text{ s})$$

47. Rozjetý vlak začal brzdít a se stálým zrychlením o velikosti $0,75 \text{ m.s}^{-2}$ zastavil na dráze délky 800 m. Jaká byla původní rychlost vlaku před brzděním?

$$(v = 35 \text{ m.s}^{-1} = 125 \text{ km.h}^{-1})$$

48. Auto má v určitém místě dráhy rychlost 60 km.h^{-1} a o 100 m dále už jen 40 km.h^{-1} . Jak velké je zrychlení auta, předpokládáme-li, že jeho pohyb je rovnoměrně zpomalený?

$$(a = 0,77 \text{ m.s}^{-2})$$

49. Zastaví-li vlak jedoucí rychlostí 90 km.h^{-1} na dráze 400 m dlouhé, z jaké rychlosti jej lze potom zabrzdít (při stejných podmínkách) na dráze 60 m ?

$$(v = 35 \text{ km.h}^{-1})$$

50. Vlak jedoucí původně rychlostí 90 km.h^{-1} brzděním rovnoměrně snížil svoji rychlost na 54 km.h^{-1} na dráze 300 m dlouhé. Vypočítejte, jakou dráhu by urazil při brzdění se stejně velkým zrychlením, kdyby měl úplně zastavit z počáteční rychlosti 108 km.h^{-1} .

$$(s = 675 \text{ m})$$

51. Dvě tělesa vzdálená od sebe 100 m se začnou současně pohybovat proti sobě. První z nich stálou rychlostí 3 m.s^{-1} , druhé má na počátku rychlost o velikosti 7 m.s^{-1} , kterou dále zvětšuje se zrychlením 4 m.s^{-2} . Určete místo a čas, kdy a kde se obě tělesa potkají.

(Potkají se za 5 s ve vzdálenosti 15 m od výchozího místa prvního tělesa.)

52. Z téhož místa se začnou současně ve stejném směru pohybovat dvě tělesa. První stálou rychlostí o velikosti 4 m.s^{-1} , druhé se stálým zrychlením $0,5 \text{ m.s}^{-2}$.

a) Za jak dlouho budou mít obě tělesa stejnou rychlost?

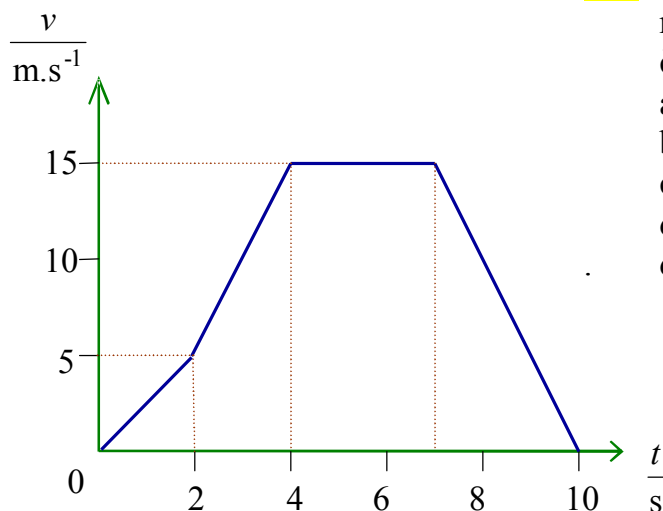
b) Za jak dlouho obě tělesa urazí stejnou dráhu?

$$(t_a = 8 \text{ s} ; t_b = 0 \text{ s nebo } t_b = 16 \text{ s})$$

53. Hmotný objekt se pohybuje na dráze, jejíž celková délka je 660 m. Zpočátku je jeho pohyb rovnoměrný stálou rychlostí o velikosti 6 m.s^{-1} . Od jistého okamžiku ale začne tuto svoji rychlost zvyšovat se stálým zrychlením o velikosti $0,4 \text{ m.s}^{-2}$. Určete, jakou vzdálenost hmotný bod urazí pohybem rovnoměrným a jakou potom pohybem rovnoměrně zrychleným, když na zdolání celé dráhy 660 m potřebuje celkem 80 s.

(Rovnoměrným pohybem urazí těleso za 50 s 300 m;

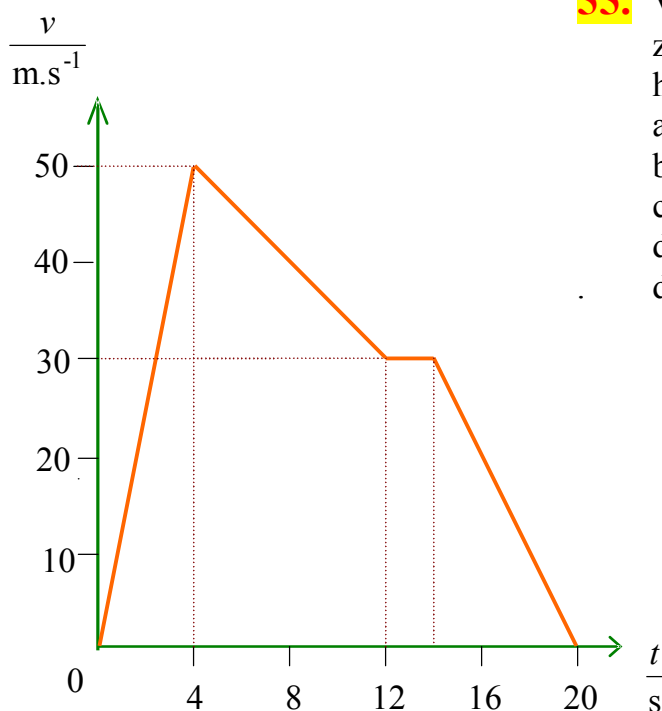
pohybem rovnoměrně zrychleným pak za dalších 30 s urazí zbývajících 360 m.)



54. Na vedlejším obrázku je graf závislosti rychlosti pohybu jistého hmotného bodu na čase. Určete

- z jakých druhů pohybu se skládá,
- u každého pohybu jeho zrychlení,
- u každého pohybu příslušnou ujetou dráhu,
- průměrnou rychlost během celých 10 s.

- Rovnoměrně zrychlený
 $a = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 5 \text{ m}$;
- Rovnoměrně zrychlený
 $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 20 \text{ m}$;
- Rovnoměrný
 $a = 0 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 45 \text{ m}$;
- Rovnoměrně zpomalený
 $a = 5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 22,5 \text{ m}$;
 $v_p = 9,25 \text{ m.s}^{-1}$.



55. Vedlejší obrázek je rovněž grafem závislosti rychlosti pohybu jistého hmotného bodu na čase. Opět určete

- z jakých druhů pohybu se skládá,
- u každého pohybu jeho zrychlení,
- u každého pohybu příslušnou ujetou dráhu,
- průměrnou rychlost během celých 20 s.

- Rovnoměrně zrychlený
 $a = 12,5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 100 \text{ m}$;
- Rovnoměrně zpomalený
 $a = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 320 \text{ m}$;
- Rovnoměrný
 $a = 0 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 60 \text{ m}$;
- Rovnoměrně zpomalený
 $a = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 90 \text{ m}$;
 $v_p = 28,5 \text{ m.s}^{-1}$.



c) pohyby v homogenním tíhovém poli Země

Při řešení následujících příkladů dosazujte hodnotu tíhového zrychlení $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$.

- 56.** Určete, jak dlouho padá těleso volným pádem ve vzduchoprázdnu z výšky 320 metrů. Jak velkou rychlostí přitom dopadne na zemský povrch?

$$(t = 8 \text{ s} ; v = 80 \text{ m.s}^{-1})$$

- 57.** Z jaké výšky padalo těleso ideálním volným pádem, jestliže dopadlo na zemský povrch rychlostí 144 km.h^{-1} ? Jak dlouho jeho pohyb trval?

$$(h = 80 \text{ m} ; t = 4 \text{ s})$$

- 58.** Jaká je průměrná rychlost volně padajícího tělesa ve vzduchoprázdnu

- v prvních dvou sekundách jeho pádu,
- v intervalu mezi začátkem třetí a koncem čtvrté sekundy,
- v intervalu mezi začátkem páté a koncem šesté sekundy?

$$(v_a = 10 \text{ m.s}^{-1} ; v_b = 30 \text{ m.s}^{-1} ; v_c = 50 \text{ m.s}^{-1})$$

- 59.** Volně padající těleso má v bodě **A** rychlost 20 m.s^{-1} , v níže položeném bodě **B** pak rychlost 80 m.s^{-1} . Za jakou dobu urazí těleso trajektorii **AB** a jaká je délka této trajektorie?

$$(\Delta t = 6 \text{ s} ; \Delta s = 300 \text{ m})$$

- 60.** Z jaké výšky padalo těleso volným pádem, jestliže za poslední 2 s před dopadem na Zem urazilo dráhu právě 100 m ?

$$(h = 180 \text{ m})$$

- 61.** Těleso padající ve vzduchoprázdnu z neznámé výšky volným pádem urazilo v poslední sekundě před dopadem právě jednu pětinu svojí celkové dráhy. Určete, z jaké výšky těleso padalo.

$$(h = 450 \text{ m})$$

- 62.** Těleso padá volným pádem z výšky 120 m. Ve vzdálenosti 30 m od místa jeho dopadu na Zem stojí pozorovatel. Jak daleko bude od pozorovatele těleso právě 4 s od začátku pohybu?

$$(r = 50 \text{ m})$$

- 63.** Předmět byl vyhozen ve vzduchoprázdnu svisle vzhůru počáteční rychlostí 50 m.s^{-1} . Do jaké maximální výšky vystoupal? Za jak dlouho a jak velkou rychlostí dopadl zpátky na Zem?

$$(h_{\text{max}} = 125 \text{ m} ; t = 10 \text{ s} ; v = 30 \text{ m.s}^{-1})$$

64. Kámen hozený ve vzduchoprázdnu kolmo vzhůru má ve výšce 20 m rychlost 15 m.s^{-1} . Za jak dlouho po odhodu vystoupal do této výšky?

(Úloha má dvě řešení: $t_1 = 1 \text{ s}$ a $t_2 = 4 \text{ s}$. Vysvětlete!)

65. Určete, jak velkou rychlostí byl předmět vyhozen svisle vzhůru, jestliže zpět na Zem dopadl za 6 s. Odpor vzduchu neuvažujte.

$$(v = 30 \text{ m.s}^{-1})$$

66. Předmět byl hozen vodorovně rychlostí o velikosti 15 m.s^{-1} z výšky 20 m. V jaké vodorovné vzdálenosti od místa odhodu dopadl na Zem, jestliže neuvažujeme odpor vzduchu? Jak dlouho jeho pohyb trval?

$$(d = 30 \text{ m} ; t = 2 \text{ s})$$

67. Předmět byl ve vzduchoprázdnu vyhozen vodorovným směrem rychlostí o velikosti 24 m.s^{-1} a dopadl do vzdálenosti 120 m od paty kolmice spuštěné z místa odhodu na Zem. Určete

- a) jak dlouho trval pohyb předmětu od jeho vyhození po dopad na Zem,
- b) z jak velké výšky byl předmět vyhozen.

$$(t = 5 \text{ s} ; h = 125 \text{ m})$$

68. Těleso bylo vyhozeno z výšky 80 m vodorovným směrem a dopadlo na Zem ve vzdálenosti 100 m (měřeno od paty kolmice spuštěné z místa odhodu). Určete

- a) jak dlouho trval pohyb tělesa,
- b) jak velkou rychlostí bylo těleso vyhozeno,
- c) jak velkou rychlostí dopadlo těleso na Zem.

$$(t = 4 \text{ s} ; v_o = 25 \text{ m.s}^{-1} ; v_{\text{dop}} = 47 \text{ m.s}^{-1})$$

69. Projektil byl vystřelen z povrchu Země počáteční rychlostí o velikosti 760 m.s^{-1} šikmo vzhůru pod úhlem 30° . Předpokládejme, že se jeho pohyb teoreticky odehrává ve vzduchoprázdnu. Vypočítejte

- a) jak dlouho by trvalo, než by dopadl zpět na Zem,
- a) do jaké vzdálenosti od místa výstřelu by doletěl,
- b) do jaké maximální výšky nad zemským povrchem by přitom vystoupal,
- c) jak velká by byla v této maximální výšce jeho rychlost.

$$(t = 76 \text{ s} ; d = 50 \text{ km} ; h_{\text{max}} = 7,2 \text{ km} ; v = 660 \text{ m.s}^{-1})$$

70. Určete, jak velkou rychlostí byl vyhozen šikmo vzhůru pod úhlem 30° ve vzduchoprázdnu předmět, jestliže dolétl do vzdálenosti půl kilometru.

$$(v_o = 76 \text{ m.s}^{-1})$$

71. Pod jak velkým úhlem musí být vrženo šikmo vzhůru těleso, aby maximální výška tohoto šikmého vrhu byla právě rovna délce doletu tělesa?

$$(a = 76^\circ)$$

72. Jaký úhel musí svírat hlaveň pušky s vodorovnou rovinou, aby z ní vystřelený projektil počáteční rychlostí $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ zasáhl cíl, jenž se nachází ve vodorovné vzdálenosti 1 km a ve výšce 125 m ? Pohyb považujte za ideální šikmý vrh a odpor vzduchu působící proti pohybu střely pro zjednodušení výpočtu zanedbejte!

$$(a_1 = 14,5^\circ ; a_2 = 82,6^\circ)$$

73. Počáteční rychlost střely je $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, předpokládejme, že se pohybuje ve vzduchoprázdnu. Rozhodněte, zda tato střela může zasáhnout cíl, jehož poloha je určena vodorovnou vzdáleností 3 600 m od místa výstřelu a výškou 400 m nad povrchem Země.

(Střela cíl nezasáhne.)



II.2 Dynamika pohybu hmotného bodu

a) Newtonovy pohybové zákony

- 74.** Tažná síla motoru automobilu o hmotnosti 1 200 kg je 1,8 kN. Určete
a) s jak velkým zrychlením se automobil pohybuje,
b) na jak dlouhé dráze dosáhne automobil při rozjezdu rychlosti o velikosti 90 km.h⁻¹.
($a = 1,5 \text{ m.s}^{-2}$; $s = 208 \text{ m}$)
- 75.** Těleso je uváděno do pohybu silou o velikosti 400 mN tak, že za prvních 6 s od začátku pohybu urazí dráhu 9 m. Určete hmotnost tělesa.
($m = 0,8 \text{ kg}$)
- 76.** V těžišti tělesa o hmotnosti 75 kg působí současně dvě kolmé síly o velikostech 18 N a 24 N. Určete velikost zrychlení, s nímž se těleso pohybuje.
($a = 0,4 \text{ m.s}^{-2}$)
- 77.** Vlakov o hmotnosti 450 t jede rychlostí 72 km.h⁻¹. Jaké síly konstantní velikosti je třeba, aby se rychlost vlaku zvýšila na 108 km.h⁻¹ na dráze délky 750 m ?
($F = 150 \text{ kN}$)
- 78.** Vlakov o hmotnosti 250 t jedoucí původně rychlostí o velikosti 90 km.h⁻¹ začne svoji rychlost zvyšovat působením tažné síly stálé velikosti 1,2.10⁵ N. Jakou dráhu ujede, než jeho rychlost vzroste z původní hodnoty 90 km.h⁻¹ na 126 km.h⁻¹ ?
($s = 625 \text{ m}$)
- 79.** Automobil o hmotnosti 800 kg zvětšil svoji rychlost ze 72 km.h⁻¹ na 108 km.h⁻¹ za dobu 8 s. Určete,
a) jak velká síla tuto změnu rychlosti způsobila,
b) jakou vzdálenost za těchto 8 s automobil urazil.
($F = 1\ 000 \text{ N}$; $s = 200 \text{ m}$)
- 80.** Auto o hmotnosti 2,4 t jede po silnici rychlostí o velikosti 90 km.h⁻¹. Jaká brzdicí síla stálé velikosti je potřebná k tomu, aby auto zastavilo na dráze 125 m dlouhé?
($F = 6 \text{ kN}$)
- 81.** Vlakov o hmotnosti 450 t zpomalil z rychlosti 90 km.h⁻¹ na 54 km.h⁻¹ za 15 s. Určete velikost brzděné síly, jež na vlakov přitom působila, považujeme-li jeho pohyb za rovnoměrně zpomalený.
($F = 300 \text{ kN}$)

- 82.** Vlak o hmotnosti 300 t jel původně rychlostí o velikosti 144 km.h^{-1} . Brzděním se stálým zrychlením tuto rychlost postupně snížil na 72 km.h^{-1} na dráze, jejíž délka byla 800 m. Jaká brzdná síla konstantní velikosti přitom na vlak působila?

$$(F = 225 \text{ kN})$$

- 83.** Určete, jaká síla (velikosti i směru) musí kromě síly tíhové působit na svisle padající těleso hmotnosti 3 kg, aby se jeho rychlost rovnoměrně zvýšila ze 4 m.s^{-1} na 22 m.s^{-1} za dobu 1,5 s.

$$(F_x = 4 \text{ N} ; \text{ síla } F_x \text{ musí mířit } \underline{\text{svisle dolů}})$$

- 84.** Jaká síla kromě síly tíhové musí působit na svisle padající těleso hmotnosti 3 kg, aby se jeho rychlost rovnoměrně zvýšila ze 4 m.s^{-1} na 22 m.s^{-1} na dráze délky 39 m ?

$$(F_x = 12 \text{ N} ; \text{ její směr musí být opačný, než má síla tíhová} - F_x \text{ míří } \underline{\text{svisle vzhůru}})$$

- 85.** Bednu o hmotnosti 50 kg suneme po vodorovné podložce vodorovně orientovanou silou o velikosti 120 N. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a podložkou je 0,2. Určete velikost zrychlení pohybu kvádrů. Jak velká by musela být tažná síla, aby byl pohyb bedny rovnoměrný?

$$(a = 0,4 \text{ m.s}^{-2} ; F_t = F_T = 100 \text{ N})$$

- 86.** Hmotnost vlaku je 600 t, tažná síla lokomotivy $2 \cdot 10^5 \text{ N}$, koeficient tření mezi koly a kolejnicí je 0,02. Jak velkou bude mít vlak rychlost za 4 minuty po rozjezdu?

$$(v = 32 \text{ m.s}^{-1} = 115 \text{ km.h}^{-1})$$

- 87.** Tramvaj se pohybuje po vodorovné dráze rychlostí 54 km.h^{-1} . Za jak dlouho a na jaké dráze zastaví, jestliže se brzdná síla na ni působící rovná čtvrtině její vlastní tíhové síly?

$$(t = 6 \text{ s} ; s = 45 \text{ m})$$

- 88.** Těleso o hmotnosti 25 kg se pohybuje po vodorovné podložce působením síly F , jejíž velikost je 120 N a jejíž směr svírá s vodorovnou rovinou úhel 60° . Určete, s jak velkým zrychlením se bude těleso po podložce pohybovat, je-li koeficient smykového tření mezi ním a podložkou 0,35.

$$(a = 0,36 \text{ m.s}^{-2})$$

- 89.** Jak velká tažná síla je nutná k tomu, abychom vozidlu o hmotnosti 1 100 kg udělili na cestě do kopce se stoupáním 5 % zrychlení $1,5 \text{ m.s}^{-2}$? Působení síly tření při tomto pohybu pro jednoduchost zanedbáváme.

$$(F = 2 200 \text{ N})$$

- 90.** Na nakloněné rovině s úhlem sklonu 40° leží těleso o hmotnosti 5 kg. Určete, s jak velkým zrychlením se bude těleso po nakloněné rovině pohybovat, jestliže

a) zanedbáme-li tření,

b) je součinitel smykového tření mezi tělesem a podložkou 0,3.

$$(a_a = 6,43 \text{ m.s}^{-2} ; a_b = 4,13 \text{ m.s}^{-2})$$

- 91.** Na nakloněné rovině s úhlem sklonu 30° se ve výšce 6 m nad Zemí nachází kvádr. Jestliže kvádr volně vypustíme, začne se pohybovat směrem dolů a po proběhnutí nakloněné roviny získá rychlost o velikosti $9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak velký je koeficient tření mezi kvádrem a podložkou nakloněné roviny?

$$(f = 0,115)$$

- 92.** Na nakloněnou rovinu s úhlem sklonu 30° je směrem vzhůru vrženo těleso, jehož počáteční rychlost je $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Koeficient tření mezi tělesem a podložkou nakloněné roviny je 0,25. Určete

- a) jakou dráhu těleso po nakloněné rovině urazí až do úplného zastavení,
b) jak velkou rychlostí se navrátí do výchozího bodu svého pohybu.

$$(s = 7,0 \text{ m} ; v = 32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$$

- 93.** Na vrcholu dokonale hladké koule, jejíž průměr jsou 3 m se nachází v klidu malé tělíčko. Jestliže jej z jeho rovnovážné polohy vychýlíme, začne se po povrchu koule pohybovat. Určete, ve kterém místě koule tělíčko její povrch opustí.

(Bude to 0,5 m měřeno ve svislém směru od vrcholu koule.)



b) práce, energie, výkon

- 94.** Po vodorovné trajektorii se rozjíždí vlak se stálým zrychlením $0,25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- a) Jakou práci vykoná lokomotiva o tažné síle 80 kN za tři minuty od rozjezdu?
b) Jak velká je hodnota průměrného výkonu jejích motorů?

$$(W = 324 \text{ MJ} ; P_p = 1\,800 \text{ kW})$$

- 95.** Elektrická lokomotiva působí při rozjezdu na vlak tažnou silou 150 kN a po 2 minutách má souprava rychlost $144 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Určete
- a) hmotnost vlaku,
b) jak velkou práci vykonají motory lokomotivy,
c) průměrný výkon motorů lokomotivy během těchto dvou minut.

$$(m = 450 \text{ t} ; W = 360 \text{ MJ} ; P_p = 3\,000 \text{ kW})$$

- 96.** Automobil o hmotnosti 1,2 t jedoucí rychlostí o velikosti $54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ zvýšil během 20 s svoji rychlost na $108 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Určete

- a) práci, kterou za tuto dobu motor auta vykoná
b) průměrný výkon motoru auta.

$$(W = 405 \text{ kJ} ; P_p = 20 \frac{1}{4} \text{ kW})$$

97. Letadlo, jehož hmotnost je 3 t, vystoupá právě za jednu minutu po startu do výšky jednoho kilometru a dosáhne přitom rychlosti o velikosti $180 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Určete průměrný výkon jeho motorů za tuto dobu.

$$(P_p = 562,5 \text{ kW})$$

98. Jakou vzdálenost až do zastavení by teoreticky urazil rychlík jedoucí rychlostí $144 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ na vodorovné trajektorii, kdyby na něj působila pouze brzdná síla tření? Koeficient tření mezi koly a kolejnicí má hodnotu 0,005, působení síly odporu prostředí (vzduchu) v tomto případě neuvažujeme.

$$(s = 16 \text{ km})$$

99. Jakou vzdálenost až do zastavení by teoreticky ujel rychlík do kopce se stoupáním 16 ‰, jestliže by měl na počátku stoupání rychlost o velikosti $144 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, kdyby přestala působit tažná síla lokomotivy a kdybychom současně zanedbali síly tření i odpor vzduchu?

$$(s = 5 \text{ km})$$

100. Na dokonale hladkou nakloněnou rovinu jisté délky s je položen kvádr v jejím nejvyšším bodě. Po uvedení do pohybu a po proběhnutí celé nakloněné roviny dosáhne na jejím dolním konci rychlost o velikosti $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete výšku nakloněné roviny.

$$(h = 3,2 \text{ m})$$

101. Po drsné vodorovné podložce musíme přemístit těleso o hmotnosti 400 kg do vzdálenosti 15 m. Součinitel smykového tření mezi tělesem a podlahou je 0,15. Určete, jak velkou práci musíme vykonat, abychom těleso do uvedené vzdálenosti přemístili

- pohybem rovnoměrným (za libovolný čas),
- pohybem rovnoměrně zrychleným z klidu za 5 s.

$$(W_a = 9,0 \text{ kJ} ; W_b = 16,2 \text{ kJ})$$

102. Těleso o hmotnosti 5 kg padá ideálním volným pádem ve vzduchoprázdnu z výšky 180 m. Určete hodnoty jeho kinetické, potenciální tíhové a celkové mechanické energie v časech $t_1 = 0 \text{ s}$, $t_2 = 3 \text{ s}$ a v okamžiku dopadu tělesa na Zem.

$$\begin{aligned} & \text{(1. } E_k = 0 \text{ J} ; \quad E_p = 9\,000 \text{ J} ; \quad E = 9\,000 \text{ J} , \\ & \quad \text{2. } E_k = 2\,250 \text{ J} ; E_p = 6\,750 \text{ J} ; \quad E = 9\,000 \text{ J} , \\ & \quad \text{3. } E_k = 9\,000 \text{ J} ; E_p = 0 \text{ J} ; \quad E = 9\,000 \text{ J}) \end{aligned}$$

103. V jaké výšce nad zemským povrchem je kinetická energie volně padajícího tělesa z výšky H ve vzduchoprázdnu rovna jeho potenciální tíhové energii?

$$(h = \frac{1}{2} H)$$

104. Těleso o hmotnosti 200 g bylo vyhozeno svisle vzhůru. Ve výšce 12 m nad zemí mělo kinetickou energii 15 J. Jakou počáteční rychlostí bylo vyhozeno?

$$(v_0 = 19,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$$

- 105.** Kuličku jisté hmotnosti m roztáčíme ve svislé rovině na „nehmotné“ niti délky 120 cm. Určete velikost rychlosti, kterou kulička prochází nejvyšším bodem své trajektorie, jestliže v nejnižším bodě své trajektorie má rychlost o velikosti 8 m.s^{-1} .

$$(v_{\min} = 4 \text{ m.s}^{-1})$$

- 106.** Vlaku jede stálou rychlostí a motory lokomotivy vyvíjejí při výkonu 4 800 kW tažnou sílu 120 kN. Za jakou dobu ujede dráhu 100 km?

$$(t = 2\,500 \text{ s} = 41 \text{ min } 40 \text{ s})$$

- 107.** Cyklista jede stálou rychlostí tak že ujede dráhu 36 km za 40 minut. Výkon jeho svalů je přitom 5,1 kW. Určete, jak velkou tažnou sílu cyklista vyvíjí.

$$(F = 340 \text{ N})$$

- 108.** Jaký je průměrný výkon vzpěrače, jestliže dokáže za 2,5 s zvednout do výšky 2,4 m činku o hmotnosti 180 kg?

$$(P_p = 1\,730 \text{ W})$$

- 109.** Turista o hmotnosti 110 kg vystoupil na vrchol vysoký 520 m za 50 minut. Jaký byl přitom jeho průměrný výkon?

$$(P_p = 190 \text{ W})$$

- 110.** Za jak dlouho zdvihne jeřáb rovnoměrným pohybem náklad o hmotnosti 1,2 t do výšky 9 m, má-li jeho elektromotor příkon 9 kW a je-li účinnost celého zařízení 65 % ?

$$(t = 18,5 \text{ s})$$

- 111.** Výtah vytáhne náklad 800 kg do výšky 24 m za 11 s. Jak velký musí být příkon elektromotoru, je-li účinnost zařízení 90 % ?

$$(P = 19,4 \text{ kW})$$

- 112.** Elektromotor jeřábu o příkonu 36 kW pracuje s účinností 75 %. Určete hmotnost nákladu, jenž jeřáb za 25 s zvedne rovnoměrným pohybem do výšky 30 m.

$$(m = 2\,250 \text{ kg})$$

- 113.** Motor výtahu o příkonu 8 kW zvedne rovnoměrným pohybem náklad o hmotnosti 800 kg do výšky 12 m za 15 s. Určete účinnost motoru.

$$(\eta = 80 \%)$$

- 114.** Střela letící rychlostí o velikosti 760 m.s^{-1} pronikne po zásahu dřevěného předmětu do hloubky 80 cm. Co by se stalo, kdyby byla tloušťka dřevěné překážky poloviční za zjednodušeného předpokladu, že síla odporu dřeva proti pohybu střely má stále stejnou velikost ($F_{\text{odp}} = \text{konst}$).

(Střela dřevěnou překážkou proletí a její rychlost bude přibližně 540 m.s^{-1} .)

115. Jak velkou práci je třeba vykonat při úplném vytažení svislé rolety, je-li hmotnost látky 1,8 kg a výška rolety 2,4 m ?

$$(W = 21,6 \text{ J})$$

116. Určete, jaká práce se vykoná při natažení pružiny o 20 cm z jejího původního tvaru, jestliže na to, abychom pružinu natáhli o 2 cm z původní polohy, je potřebná síla 400 N. Předpokládáme pružnou deformaci materiálu.

$$(W = 400 \text{ J})$$

117. Vagón vážící 20 t pohybující se rychlostí $1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ se má zastavit nárazem na pevnou překážku. Jak velkou tuhost k musí mít pružiny v jeho náraznících, stlačí-li se nárazníkové pružiny při srážce právě o 10 cm ?

$$(k = 2,56 \cdot 10^6 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-2} \text{ (resp. N}\cdot\text{m}^{-1}\text{)})$$

118. Jak velké práce je třeba k odvlečení bedny o hmotnosti 50 kg do vzdálenosti 6 m po vodorovné podlaze, je-li bedna tažena za provaz svírající s vodorovným směrem úhel 30° a je-li koeficient tření mezi bednou a podlahou 0,3 ?

$$(W = 767 \text{ J})$$



III. Mechanika soustav hmotných bodů

- 119.** Střela o hmotnosti 12 g proletěla hlavní pušky za 3 ms, přičemž nabyla rychlosti o velikosti 750 m.s^{-1} . Hmotnost pušky je 5 kg. Určete
- velikost zrychlení pohybu střely v hlavní pušce,
 - jak velká síla působila na střelu při výstřelu,
 - jak velká by byla zpětná rychlost pušky při výstřelu, kdyby se mohla volně pohybovat.

$$(a = 250\,000 \text{ m.s}^{-2} ; F = 3\,000 \text{ N} ; v_p = 1,8 \text{ m.s}^{-1})$$

- 120.** Dvě závaží o hmotnostech 100 g a 105 g jsou spojena „nehmotným“ vláknem přes pevnou kladku. S jak velkým zrychlením se dají do pohybu? Tření v kladce neuvažujeme.

$$(a = 0,244 \text{ m.s}^{-2})$$

- 121.** Přes pevnou kladku je vedené lanko zanedbatelné hmotnosti, na jehož koncích visí dvě závaží různé hmotnosti $m_1 < m_2$. Když je uvolníme, budou za 2 s od začátku pohybu od sebe vzdálena právě 48 cm. Určete hmotnost těžšího závaží, je-li hmotnost lehčího 1 kg.

$$(m_2 = 1,024 \text{ kg})$$

- 122.** Vagón s hmotností 12 t narazí rychlostí o velikosti $1,8 \text{ m.s}^{-1}$ do stojícího vagónu, jehož hmotnost je 8 t. Po nárazu se oba vagóny spojí v jeden celek. Určete
- jak velkou rychlostí se budou společně pohybovat,
 - jak velká část pohybové energie se při nárazu vagónů „přemění“ na jiné formy energie?

$$(v = 1,08 \text{ m.s}^{-1} ; DE_k = -7\,780 \text{ J, což představuje úbytek 40 % z původní hodnoty } E_{k0})$$

- 123.** Železniční vagón o hmotnosti 20 t se pohybuje po vodorovné trati rychlostí o velikosti 1 m.s^{-1} a narazí do druhého vagónu o hmotnosti 30 t, jenž jede stejným směrem rychlostí o velikosti $0,5 \text{ m.s}^{-1}$. Po nárazu se oba vagóny spojí. Určete rychlost, s níž se po nárazu oba vagóny společně pohybují.

$$(v = 0,7 \text{ m.s}^{-1} ; \text{ její směr je souhlasný s původním směrem pohybu obou vagónů.})$$

- 124.** Vozík s pískem, jehož hmotnost je 10 kg, se pohybuje rychlostí o velikosti 1 m.s^{-1} . Proti vozíku letí koule hmotnosti 2 kg a má rychlost o velikosti 7 m.s^{-1} . Po nárazu koule v písku uvízne. Jaká bude potom rychlost vozíku?

$$(v = 0,33 \text{ m.s}^{-1} \text{ Ⓜ vozík se bude pohybovat opačným směrem než původně})$$

- 125.** Míč hmotnosti 125 g narazí kolmo na stěnu rychlostí 20 m.s^{-1} a odrazí se od ní opačným směrem rychlostí 15 m.s^{-1} . Určete velikost průměrné síly působící na míč při odrazu, jestliže náraz trval $0,05 \text{ s}$.

$$(F_p = 87,5 \text{ N})$$

- 126.** Kulečnicková koule **A** pohybující se rychlostí $0,36 \text{ m.s}^{-1}$ se srazí s koulí **B** stejné hmotnosti, jež je v klidu. Po srážce se pohybuje koule **A** rychlostí o velikosti $0,15 \text{ m.s}^{-1}$ ve směru odchýleném od původního o úhel 37° . Určete rychlost u_2 koule **B** (velikost i směr) po srážce.

$$(u_2 = 0,257 \text{ m.s}^{-1} ; b = 20^\circ 54')$$

- 127.** Dva hmotné body o stejné hmotnosti se pohybují stejně velkou rychlostí, přičemž směry vektorů rychlostí vůči sobě svírají tupý úhel 120° . Při dokonale nepružné srážce se oba body spojí a vytvoří tak útvar jeden. Určete, jak velké procento pohybové energie se při této srážce „přemění“ na jiné formy energií (deformační energie, teplo, atd.)?

$$(|\Delta E_k| = 75\% E_{ko})$$

- 128.** Rychlost střely je měřena balistickým kyvadlem hmotnosti 5 kg . Po zásahu střelou, jejíž hmotnost je 25 g , se těžiště balistického kyvadla zvedne právě o 45 cm . Určete velikost rychlosti střely, jestliže v kyvadle po zásahu uvízne.

$$(v = 603 \text{ m.s}^{-1})$$



IV. Mechanika těles

IV.1 Mechanika tuhého tělesa

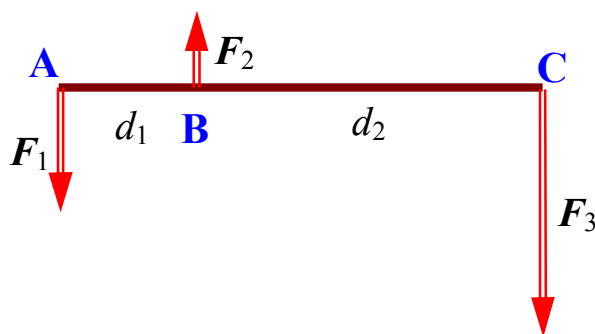
a) skládání a rozklad sil, moment síly

- 129.** Na tyč, jejíž hmotnost je možno zanedbat, působí ve vzdálenosti 60 cm od sebe dvě rovnoběžné síly s velikostmi 30 N a 70 N. Určete velikost i působiště výslednice, jestliže jsou obě síly orientovány a) souhlasně, b) nesouhlasně.
($F_a = 100$ N; působiště má na spojnici působišť původních sil 18 cm od větší síly a 42 cm od menší síly;
 $F_b = 40$ N; působiště má opět na spojnici působišť původních sil, a to 45 cm od větší a 105 cm od menší síly – leží tedy vně větší síly !!!)

- 130.** Na koncích tyče délky 120 cm a zanedbatelné hmotnosti působí svisle dolů dvě síly, jejichž velikosti jsou 160 N a 80 N. Ve kterém místě musíme tyč podepřít, aby byla v rovnováze?
(Tyč je podepřena 80 cm od menší a 40 cm od větší síly.)

- 131.** Tyč, jejíž hmotnost je 3 kg a délka 2 m je na koncích zatížena dvěma závažími o hmotnostech 5 kg a 8 kg. Najděte místo, kde musíme tyč podepřít, aby byla v rovnováze.
(Tyč musíme podepřít přibližně 119 cm od konce, na němž je zavěšeno menší závaží.)

- 132.** Na tyč (viz obr.) působí tři rovnoběžné síly o velikostech $F_1 = 20$ N, $F_2 = 10$ N a $F_3 = 40$ N. Vzájemné vzdálenosti jejich působišť jsou přitom $d_1 = 20$ cm a $d_2 = 60$ cm. Najděte jak velikost, tak i působiště výslednice těchto tří sil.
($F_{\text{výsl}} = 50$ N ; působiště je ve vzdálenosti 60 cm vpravo od bodu A.)



- 133.** Dva lidé nesou břemeno o hmotnosti 90 kg zavěšené na tyči délky 1,5 m, jejíž hmotnost lze v daném případě zanedbat. Jak velkými silami tyč na oba jedince působí, je-li břemeno zavěšeno 60 cm od jednoho a 90 cm od druhého konce tyče?
($F_1 = 540$ N ; $F_2 = 360$ N - větší síla působí na toho, kdo je břemenu blíže, tedy 60 cm)

134. Přes příkop je položena 6 m dlouhá deska s hmotností 40 kg. Vypočítejte, jaké síly působí na obou koncích desky (kde je podepřena), jestliže po ní jde člověk, jehož hmotnost je 60 kg a nachází se právě a) v polovině, b) ve třetině desky.

(a) $F_1 = F_2 = 500 \text{ N}$;

b) $F_1 = 400 \text{ N}$, $F_2 = 600 \text{ N}$,

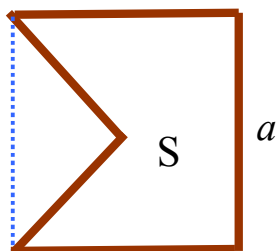
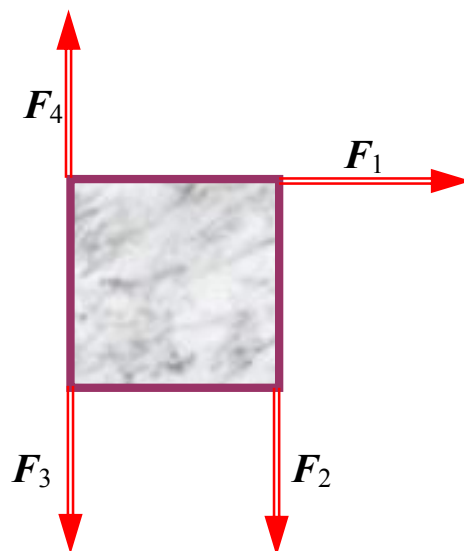
větší síla působí na konci, jemuž je jdoucí člověk blíže.)

135. Na čtvercovou desku (viz vedlejší obr.) působí čtyři stejně velké síly 10 N, všechny leží v rovině desky, ale mají různé směry.

- Vypočítejte: a) velikost výslednice F_1 a F_2 ,
 b) velikost výslednice F_2 a F_3 ,
 c) velikost výslednice F_2 a F_4 ,
 d) velikost výslednice všech čtyř sil .

($F_{12} = 14,1 \text{ N}$; $F_{23} = 20 \text{ N}$; $F_{24} = 0 \text{ N}$;

$F_{\text{výsl.}} = 14,1 \text{ N}$)



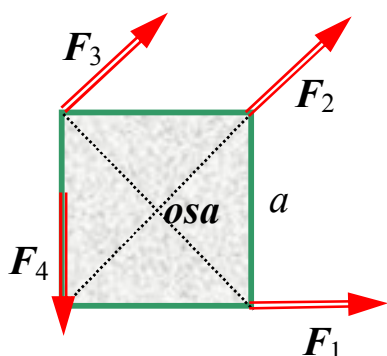
136. Určete polohu těžiště vedlejšího obrazce, jenž vznikne, když ze čtverce o straně a vystříháme jeden rovnoramenný trojúhelník mající vrchol právě ve středu čtverce S.

(Těžiště na ose symetrie ve vzdálenosti $1/9 a$ od středu čtverce.)

137. Najděte těžiště homogenního rotačního kužele o hmotnosti m , poloměru podstavy R a výšce v .

(Těžiště leží na výšce kužele ve vzdálenosti $3/4 v$ od jeho vrcholu – nezávisle na R .)

138. Čtvercová deska o straně 1 m je otáčivá kolem osy, jež je k ní kolmá a prochází středem desky (viz vedlejší obrázek). Na desku působí čtyři stejně velké síly 20 N ležící v rovině desky.



a) Vypočítejte velikosti momentů jednotlivých sil vzhledem k ose otáčení.

b) Určete velikost výsledného momentu všech čtyř sil působících na desku.

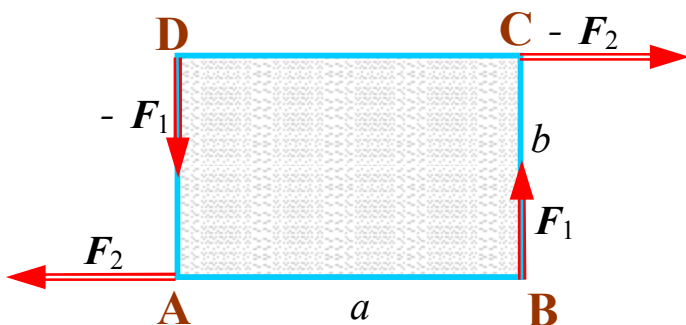
($M_1 = 10 \text{ N.m}$; $M_2 = 0 \text{ N.m}$;

$M_3 = 14,1 \text{ N.m}$; $M_4 = 10 \text{ N.m}$;

$M_{\text{výsl.}} = 5,9 \text{ N.m}$ – deska se bude otáčet

proti směru hodinových ručiček)

- 139.** Ve vrcholech obdélníkové desky (viz obr.) mající strany $a = 50$ cm, $b = 30$ cm působí dvě dvojice sil; ve vrcholech **B** a **D** síly F_1 a $-F_1$, každá o velikosti 40 N, ve vrcholech **A** a **C** pak síly F_2 a $-F_2$.

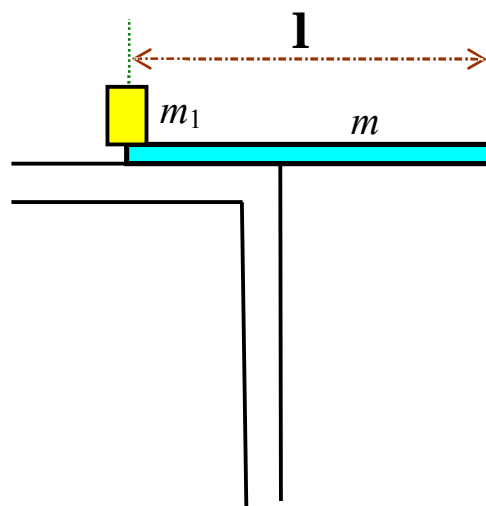


Vypočítejte:

- velikost momentu D_1 první dvojice sil,
- velikosti sil F_2 a $-F_2$, při nichž se otáčivé účinky obou dvojic sil navzájem ruší.

$$(D_1 = 20 \text{ N}\cdot\text{m} ; F_2 = 66,7 \text{ N})$$

- 140.** Na kraji stolu je položena dřevěná deska hmotnosti $m = 0,5$ kg a délky l . Jakou částí své délky může přečnívat přes okraj stolu, aniž by spadla, jestliže jí na konci, jenž je na stole, zatížíme závažím o hmotnosti $m_1 = 0,2$ kg ?



(Deska může přes okraj stolu přečnívat

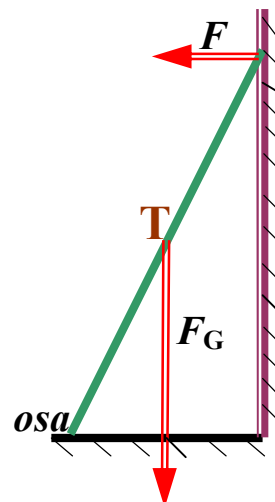
$$\text{o } \frac{9}{14} \text{ své délky } l.)$$

- 141.** Kolem (o poloměru $R = 50$ cm) na hřídeli (jeho poloměr $r = 10$ cm) zdvígáme závaží silou o velikosti 120 N tak, že provaz táhneme stálou rychlostí $0,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaká je hmotnost stoupajícího břemene a za jakou dobu jej zdvihneme o 160 cm ?

$$(m = 60 \text{ kg} ; t = 10 \text{ s})$$

- 142.** Žebřík o hmotnosti 12 kg je opřen jedním koncem o podlahu a druhým o svislou stěnu, s níž svírá úhel právě 30° . Jakou nejmenší vodorovnou silou působící na horním konci žebříku jej odkloníme od stěny? Těžiště **T** je uprostřed žebříku.

$$(F = 34,6 \text{ N})$$



- 143.** Hmotnost předmětu určíme pomocí nerovnoramenné dvojzvrtné páky. Předmět zavěšený na delším rameni páky vyvážíme závažím o hmotnosti 4,5 kg. Když jej zavěsíme na kratší rameno páky, obnovíme rovnováhu závažím o hmotnosti 1,5 kg. Jaká je hmotnost váženého předmětu?

$$(m = 2,6 \text{ kg})$$

- 144.** Dvě tělíska, jež lze považovat za hmotné body o hmotnostech 500 g a 300 g, jsou od sebe vzdálena 80 cm. Určete moment setrvačnosti této soustavy vzhledem k ose, jež prochází jejím hmotným středem (těžištěm) kolmo na spojnici obou hmotných bodů.

$$(J = 0,12 \text{ kg.m}^2)$$

- 145.** Tři kovové kuličky, jejichž hmotnosti jsou:

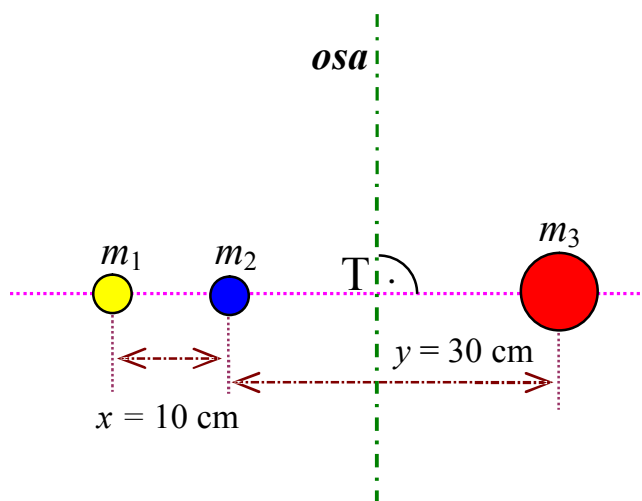
$$m_1 = 200 \text{ g,}$$

$$m_2 = 350 \text{ g,}$$

$$m_3 = 600 \text{ g,}$$

leží na jedné přímce ve vzdálenostech tak, jak je uvedeno na vedlejším obrázku. Určete moment setrvačnosti této soustavy vzhledem k rotační ose o , jež prochází těžištěm soustavy kolmo na spojnici všech tří těles.

$$(J = 0,038 \text{ kg.m}^2)$$



- 146.** Ve čtyřech vrcholech čtverce o délce strany 2 m jsou umístěny čtyři koule o hmotnostech postupně 1 kg, 2 kg, 3 kg a 4 kg. Určete moment setrvačnosti soustavy vzhledem k ose procházející jejím hmotným středem (těžištěm) kolmo na rovinu čtverce.

$$(J = 18,4 \text{ kg.m}^2)$$



b) rotační pohyb tuhého tělesa

- 147.** Koule se roztáčí kolem své geometrické osy pohybem rovnoměrně zrychleným, přičemž za prvních 10 s od začátku pohybu vykoná právě 50 celých otáček. Určete
- velikost úhlového zrychlení pohybu koule,
 - velikost úhlové rychlosti pohybu koule právě na konci desáté sekundy,
 - okamžitou hodnotu frekvence otáček koule na konci desáté sekundy.

$$(a = 6,28 \text{ s}^{-2} ; \omega = 62,8 \text{ s}^{-1} ; f = 10 \text{ Hz})$$

- 148.** Turbína rovnoměrně zvyšuje své otáčky tak, že po 10 s od začátku pohybu dosáhne okamžité frekvence 120 ot./min. Určete
- úhlové zrychlení pohybu turbíny,
 - celkový počet jejích otáček za těchto 10 s.

$$(a = 1,26 \text{ s}^{-2} ; N = 10 \text{ otáček})$$

- 149.** Kolo vykonává 1 200 ot./min. Za jak dlouho se frekvence jeho otáček zdvojnásobí, začne-li se pohybovat se stálým úhlovým zrychlením 2 s^{-2} . Kolik otáček celkem za tuto dobu vykoná?

$$(t = 62,8 \text{ s} ; N = 1 880 \text{ otáček})$$

- 150.** Hmotný bod obíhá kružnici pohybem rovnoměrně zpomaleným tak, že během brzdění až do zastavení vykoná za dvě minuty ještě 900 celých oběhů kružnice. Určete
- s jak velkým úhlovým zrychlením se hmotný bod pohybuje,
 - jak velká byla jeho počáteční úhlová rychlost,
 - jaká byla okamžitá frekvence oběhů hmotného bodu před začátkem brzdění.

$$(a = 0,76 \text{ s}^{-2} ; \omega_0 = 94,2 \text{ s}^{-1} ; f_0 = 15 \text{ Hz})$$

- 151.** Počet otáček kola 3 000 ot./min. se brzděním trvajícím 20 s rovnoměrně sníží na polovinu. Určete úhlové zrychlení kola a celkový počet jeho otočení během brzdění.

$$(a = 7,85 \text{ s}^{-2} ; N = 750 \text{ otáček})$$

- 152.** Setrvačnick se působením sil, jejichž moment vzhledem k ose otáčení má velikost 200 N.m, dává do otáčivého pohybu. Po uplynutí jedné minuty od počátku pohybu dosáhne právě počtu 120 ot./min. Jaký je moment setrvačnosti setrvačnicku?

$$(J = 955 \text{ kg.m}^2)$$

- 153.** Setrvačnickové kolo má vzhledem k ose otáčení moment setrvačnosti 200 kg.m^2 . Otáčí se tak, že vykonává 180 otáček za minutu. Stálým sílovým momentem dosáhneme toho, že kolo zastavíme za 2 min. Určete velikost tohoto brzdného momentu síly.

$$(M = 31,4 \text{ N.m})$$

154. Hmotnost kruhové desky o průměru 40 cm je 50 kg, deska koná 1 500 otáček za minutu. Při rovnoměrném brzdění se stálým úhlovým zrychlením se deska zastaví za 20 s. Určete moment brzdící síly a celkový počet otáček desky během brzdění.

$$(M = 7,85 \text{ N.m} ; N = 250 \text{ otáček})$$

155. Kruhovou desku o hmotnosti 25 kg a průměru 60 cm je třeba z klidu za 1 s dvakrát otočit kolem její geometrické osy. Určete, jak velká stálá tečná síla musí přitom působit na obvodu této desky.

$$(F = 94,2 \text{ N})$$

156. Rotor elektromotoru má moment setrvačnosti 2 kg.m^2 a vykonává 1 500 otáček za minutu. Jakou má kinetickou energii?

$$(E_k = 24,7 \text{ kJ})$$

157. Jakou úhlovou rychlostí se otáčí homogenní koule o hmotnosti 50 kg a poloměru 10 cm okolo svého průměru, jestliže je její kinetická energie 20 J ?

$$(w = 14,1 \text{ s}^{-1})$$

158. Jak velkou práci musíme vykonat, abychom válec, jehož moment setrvačnosti je 100 kg.m^2 , roztočili na 120 otáček za minutu?

$$(W = 7,9 \text{ kJ})$$

159. Určete moment setrvačnosti rotujícího setrvačníku, jestliže vykonáním práce 24 kJ poklesnou jeho otáčky z hodnoty 600 otáček za minutu právě na polovinu.

$$(J = 16,2 \text{ kg.m}^2)$$

160. Moment setrvačnosti setrvačníku vzhledem k rotační ose je $0,1 \text{ kg.m}^2$. Za jak dlouho dosáhne frekvence jeho otáček 1 800 za minutu, je-li setrvačník roztáčen motorem s výkonem 100 W ?

$$(t = 17,8 \text{ s})$$

161. Homogenní koule o průměru 0,4 m a hmotnosti 650 kg rotuje kolem své geometrické osy, přičemž její pohybová energie je 46 kJ. Jakou silou stálé velikosti musíme působit tečně na „rovníku“ této koule, abychom jí úplně zastavili za půl minuty? Kolik otáček celkem během této půlminuty koule ještě vykoná?

$$(F = 163 \text{ N} ; N = 225 \text{ otáček})$$

162. Tenkostěnný válec se otáčí kolem své geometrické osy s frekvencí 15 Hz. S jakou frekvencí by se musel otáčet plný homogenní válec téhož průměru i stejné hmotnosti, aby měl stejnou kinetickou energii jako válec tenkostěnný?

$$(f = 21,2 \text{ Hz})$$

- 163.** Plný válec se otáčí okolo své geometrické osy s frekvencí 45 Hz. S jakou frekvencí by se musel otáčet okolo osy tečně probíhající po povrchu jeho pláště, aby kinetická energie rotačního pohybu byla v obou případech stejná?

$$(f = 26,0 \text{ Hz})$$

- 164.** Po vodorovné rovině se valí tenkostěnná roura o poloměru 8 cm a hmotnosti 160 kg postupnou rychlostí o velikosti $0,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete její kinetickou energii.

$$(E_k = 78,4 \text{ J})$$

- 165.** Na nakloněné rovině ve výšce 1,5 m se nacházejí dvě tělesa téže hmotnosti – kvádr a válec. Jak velká bude rychlost obou těles po proběhnutí celé nakloněné roviny? Síly tření působící při pohybu na obě tělesa pro zjednodušení výpočtu zanedbejte.

$$(v_{\text{kvádr}} = 5,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} ; v_{\text{válec}} = 4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$$

- 166.** Určete zrychlení pohybu středu homogenní koule o hmotnosti m a poloměru R , jež se valí po nakloněné rovině s úhlem sklonu α . Vliv sil tření, jež musí nutně působit mezi koulí a podložkou nakloněné roviny, aby se koule dolů valila a ne klouzala, však při výpočtu neuvažujte!

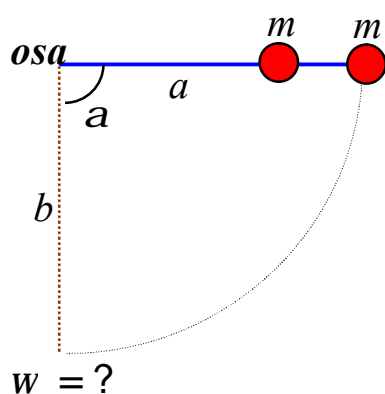
$$(a = \frac{5}{7} g \sin \alpha)$$

- 167.** Určete, za jakou dobu se odvalí plný válec z nakloněné roviny délky 10 m, jež má úhel sklonu 15° , jestliže byl na začátku v klidu. Vliv sil tření – podobně jako ve dvou předcházejících příkladech – pro jednoduchost výpočtu zanedbejte.

$$(t = 3,40 \text{ s})$$

- 168.** Svislý sloup výšky 5 m je naříznut těsně u základny a kácí se na zem kolem osy, jež prochází jeho dolním koncem. Jak velkou rychlostí dopadne horní konec sloupu na zem?

$$(v = 12,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})$$

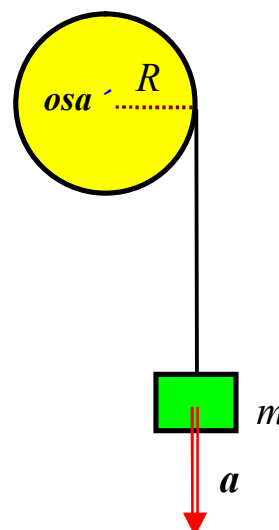


- 169.** Dvě závaží o stejných hmotnostech m jsou upevněna na tenké tyči, jejíž hmotnost je v tomto problému zanedbatelná. Tyč je otáčivá kolem vodorovné osy, jež kolmo prochází jedním jejím koncem. Vzdálenosti závaží od osy jsou $a = 30 \text{ cm}$ a $b = 40 \text{ cm}$ (viz vedlejší obrázek). Tyč vychýlíme z její rovnovážné polohy o pravý úhel ($\alpha = 90^\circ$). Jakou úhlovou rychlostí bude tyč procházet rovnovážnou (t.j. svou nejnižší) polohou?

$$(w = 7,4 \text{ s}^{-1})$$

- 170.** Na kladce o poloměru $R = 20$ cm, jejíž moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení je $0,4 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, je zavěšené těleso hmotnosti 6 kg (viz vedlejší obrázek). S jak velkým zrychlením se zavěšené těleso začne pohybovat dolů, když jej uvolníme? Hmotnost závěsu pro jednoduchost výpočtu zanedbejte.

$$(a = 3,75 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2})$$



- 171.** Setrvačnick o průměru 1 m má prakticky veškerou svou hmotnost 50 kg rozloženou pouze po svém obvodu a je upevněn na hřídeli, jehož poloměr je 5 cm. Na hřídeli je navinut provaz a na jeho konci je zavěšeno závaží hmotnosti 25 kg, jež roztáčí celou soustavu. Určete frekvenci otáček kola na hřídeli právě v okamžiku, kdy závaží od začátku pohybu urazilo dráhu 1 m.

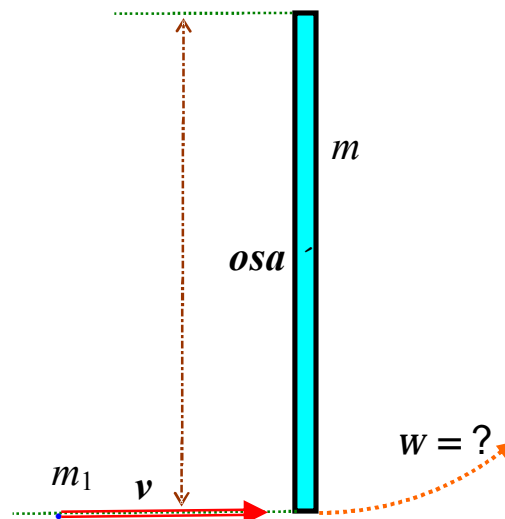
$$(f = 1 \text{ Hz})$$

- 172.** Krasobruslař se otáčí kolem svislé osy se stálou frekvencí 2 Hz, přičemž jeho moment setrvačnosti vzhledem k ose otáčení je $2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Jak se frekvence jeho otáček změní, když rozpažením zvětší svůj moment setrvačnosti na hodnotu $2,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$?

(Frekvence otáček poklesne \textcircled{R} $\Delta f = -0,095 \text{ Hz}$;
to znamená pokles přibližně o $4,8 \%$.)

- 173.** Tyč délky 40 cm a hmotnosti 1 kg se může otáčet kolem vodorovné osy kolmo procházející jejím středem. Konec tyče zasáhne střela hmotnosti 10 g letící rychlostí $200 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ve směru kolmém na osu i tyč a uvízne v ní. Určete, jakou úhlovou rychlostí se po zásahu dá tyč do otáčivého pohybu, jestliže byla před zásahem v klidu.

$$(w = 29,1 \text{ s}^{-1})$$



174. Homogenní kruhová deska hmotnosti 3,4 kg a průměru 60 cm kývá okolo vodorovné osy procházející kolmo podstavami desky v polovině vzdálenosti mezi středem a obvodem. Určete periodu a redukovanou délku tohoto kyvadla.

$$(T = 1,33 \text{ s} ; \mathbf{l}_r = 45 \text{ cm})$$

175. Kyvadlo je složeno z velmi lehké (nehmotné) tyče, na níž jsou zavěšena dvě závaží stejné hmotnosti ve vzdálenostech 15 cm a 30 cm od vodorovné osy. Určete periodu a redukovanou délku tohoto kyvadla

$$(T = 0,993 \text{ s} ; \mathbf{l}_r = 25 \text{ cm})$$

176. Homogenní tyč hmotnosti m a délky l kývá kolem vodorovné osy, jež je k tyči kolmá. Jak daleko od hmotného středu tyče musí osa procházet, aby perioda kmitů tohoto kyvadla byla minimální?

(Osa o musí procházet tyčí ve vzdálenosti $x = \mathbf{l} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}$ od jejího středu.)



IV.2 Deformace pružných těles

177. Jaký musí být poloměr měděného drátu, aby se působením tahové síly o velikosti 3,6 kN nepřetrhnul, jestliže mez pevnosti v tahu pro měď $2,5 \cdot 10^8$ Pa ?

$$(r > 2,14 \text{ mm})$$

178. Ocelová tyčka o průměru 12 mm se přetrhla silou 40 kN. Určete mez pevnosti v tahu u tohoto druhu oceli.

$$(s_p = 3,54 \cdot 10^8 \text{ Pa})$$

179. Jak velkou silou se přetrhne železný drát o průměru 2 mm, je-li mez pevnosti železa 245 MPa ?

$$(F \geq 770 \text{ N})$$

180. Jaké smí být největší zatížení kovového podstavce o plošném průřezu 70 cm^2 , je-li jeho mez pevnosti v tlaku 560 MPa při koeficientu bezpečnosti 5 ?

$$(F = 784 \text{ kN})$$

181. Víko o průměru 32 cm je k tlakové nádobě připevněno 18 šrouby. Jaký průměr šroubů musíme zvolit, je-li v nádobě tlak 5,5 MPa, jestliže dovolené napětí materiálu šroubů v tahu 60 MPa ?

$$(d_{\text{šroubu}} \geq 2,28 \text{ cm})$$

182. Jak vysokou zeď lze postavit z cihel, je-li mez pevnosti tohoto materiálu 6 MPa, jeho hustota $2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a vyžadujeme-li součinitel bezpečnosti 8 (počítejte s přibližnou hodnotou tíhového zrychlení $g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) ?

$$(h_{\text{max}} = 37,5 \text{ m})$$

183. Při jaké délce se přetrhne železný drát působením vlastní tíhové síly, jestliže je na jednom konci zavěšen? Hustota železa je $7800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, jeho mez pevnosti $2,45 \cdot 10^8$ Pa.

$$(l > 3140 \text{ m})$$

184. Řešte stejnou úlohu pro drát olověný ($r = 11300 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $s_p = 1,4 \cdot 10^7$ Pa).

$$(l > 124 \text{ m})$$

185. Na drátu délky l je zavěšeno závaží hmotnosti m . Poté toto závaží zavěsíme na dva dráty stejného materiálu, ale poloviční délky. Porovnejte v obou případech absolutní a relativní prodloužení drátu.

$$(\Delta l_2 = \frac{1}{4} \Delta l_1 ; e_2 = \frac{1}{2} e_1)$$

- 186.** Ocelová tyč délky 2 m a plošného průřezu 1 cm^2 je na jednom konci upevněná a na druhém napínána silou 10 kN. Určete délku tyče po jejím prodloužení, je-li modul pružnosti v tahu 210 GPa.

$$(\mathbf{l}_2 = 2,000952 \text{ m} ; \Delta \mathbf{l} = 0,952 \text{ mm})$$

- 187.** Platinový drát délky 3,4 m a plošného průřezu 1 mm^2 je namáhán na svém konci tahovou silou 40 N. Určete modul pružnosti v tahu platiny, jestliže prodloužení drátu činí 0,8 mm.

$$(E = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Pa})$$

- 188.** Na konci svisle umístěné mosazné tyče délky 1,5 m je připevněno závaží o hmotnosti 500 kg. Jaký musí být průměr tyče, aby prodloužení nepřesáhlo 0,3 mm, je-li modul pružnosti v tahu mosazi 99 GPa ?

$$(d \geq 1,79 \text{ cm})$$

- 189.** Určete práci potřebnou k prodloužení ocelové tyče délky 1 m, průřezu 1 cm^2 právě o 2 mm při pružné deformaci v tahu. Modul pružnosti v tahu pro použitou ocel je 210 GPa.

$$(W = 42 \text{ J})$$

- 190.** Jak se prodlouží působením vlastní tíhové síly tyč délky \mathbf{l} , průřezu S a hustoty r svisle zavěšená?

$$(\Delta \mathbf{l} = \frac{r g \mathbf{l}^2}{2 E})$$

- 191.** Ocelový nýt o průměru 1,2 mm deformujeme tečnou smykovou silou 500 N. Určete relativní a absolutní posunutí nýtu, je-li jeho výška 1,8 cm. Modul pružnosti ve smyku pro ocel je 81 GPa.

$$(g = 5,46 \cdot 10^{-3} ; u = 98 \text{ } \mu\text{m})$$



V. Gravitační pole

V následujících příkladech budete potřebovat k výpočtu tyto veličiny:

- Ⓡ gravitační konstanta $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
- Ⓡ hmotnost Země $M_Z = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- Ⓡ hmotnost Slunce..... $M_S = 1,9989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
- Ⓡ hmotnost Měsíce $M_M = 7,351 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
- Ⓡ poloměr Země $R_Z = 6\,378 \text{ km}$
- Ⓡ poloměr Měsíce $R_M = 1\,738 \text{ km}$
- Ⓡ poloměr zemské trajektorie $r_Z = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$

192. Určete, jak velkou gravitační silou se navzájem přitahují Země a Slunce.

$$(F_g = 3,542 \cdot 10^{22} \text{ N})$$

193. Vypočítejte velikost gravitační síly mezi protonem a elektronem v atomu vodíku, je-li poloměr kruhové trajektorie elektronu (podle Bohra) $5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Hmotnost protonu je $1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, hmotnost elektronu pak $9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

$$(F_g = 3,63 \cdot 10^{-47} \text{ N})$$

194. Těžiště dvou lodí, z nichž každá má hmotnost 150 000 tun, jsou od sebe vzdálena 40 m. Jak velkou gravitační silou se přitahují? Projeví se působení těchto sil? Odpovídá vypočítaná hodnota přesně skutečnosti?

($F_g \neq 940 \text{ N}$ – výsledek získaný výpočtem z Newtonova gravitačního zákona je samozřejmě pouze přibližný; lodě nelze považovat za hmotné body; působení těchto sil je navíc v tomto případě zanedbatelné)

195. Vypočítejte:

- a) velikost intenzity gravitačního pole Slunce v místě, kde se právě nachází naše Země;
- b) velikost intenzity gravitačního pole Měsíce ve vzdálenosti rovné střední hodnotě poloměru jeho trajektorie, po níž obíhá kolem Země ($r_M = 384\,000 \text{ km}$);
- c) porovnejte tyto hodnoty s intenzitou gravitačního pole Země na jejím rovníku.

$$(K_S = 5,957 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}; K_M = 3,325 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}; K_Z = 9,799 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}; \\ K_S = 6,08 \cdot 10^{-4} K_Z; K_Z = 1\,645 K_S; K_M = 5,58 \cdot 10^{-3} K_S)$$

196. Velikost intenzity gravitačního pole Země na jejím povrchu je $9,799 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ – viz předcházející příklad. Určete její velikost ve vzdálenosti, jež je rovna právě čtyřnásobku zemského poloměru od jejího povrchu.

$$(K_{Zh} = 0,392 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1})$$

- 197.** Určete, v jaké výšce nad povrchem Země je velikost intenzity jejího gravitačního pole rovna právě polovině hodnoty gravitační intenzity na zemském povrchu.

$$(h = (\sqrt{2} - 1) \cdot R_Z = 2\,640 \text{ km})$$

- 198.** Jak by se změnila intenzita gravitačního pole na povrchu Země, kdyby se její rozměry při nezměněné hmotnosti zmenšily na polovinu?

$$(K = 4 K_Z)$$

- 199.** Určete hmotnost planety Merkura, jestliže intenzita gravitačního pole na jeho povrchu je $3,70 \text{ N.kg}^{-1}$ a rovníkový poloměr planety je $2\,440 \text{ km}$.

$$(M = 3,30 \cdot 10^{23} \text{ kg})$$

- 200.** Měsíc obíhá kolem Země ve střední vzdálenosti, jež je rovna přibližně 60 zemským poloměrům ($r = 60 R_Z$). Hmotnost Země je přitom 81–krát větší než hmotnost Měsíce. Na spojnici středů těchto dvou těles najděte místo, kde je intenzita gravitačního pole Země i Měsíce stejně velká.

1. ... $x_1 = 54 R_Z$ od Země; v tomto bodě mají intenzity obou polí opačný směr a výsledná intenzita je tedy nulová;

2. ... $x_2 = 67,5 R_Z$ od Země – tento bod se nachází už „za Měsícem“; obě intenzity zde mají ale stejný směr, a proto bude výsledná intenzita obou polí nenulová !!!)

- 201.** Jakou práci musíme vykonat, abychom těleso o hmotnosti 50 kg vynesli z povrchu Země do výšky $10\,000 \text{ km}$?

$$(W = 1,91 \cdot 10^9 \text{ J})$$

- 202.** Jak vysoko vystoupá těleso vystřelené z povrchu Země svisle vzhůru počáteční rychlostí o velikosti 5 km.s^{-1} ?

$$(h_{\max} = 1\,595 \text{ km})$$

- 203.** Jak velkou rychlostí se pohybuje družice Země na kruhové trajektorii ve výšce 500 km nad zemským povrchem?

$$(v_k = 7,613 \text{ km.s}^{-1})$$

- 204.** Určete, jak velkou práci musíme vykonat, abychom družici z předcházejícího příkladu vynesli na její kruhovou trajektorii, je-li hmotnost družice 15 t ?

Pozn.: Uvědomte si, že družici o hmotnosti 15 tun musíme nejprve do zmíněné výšky 500 km vynést (což představuje vykonat určitou práci W_1), a pak jí navíc musíme ještě udělit příslušnou kruhovou rychlost (to znamená vykonat další práci W_2); **celkem** tedy bude vykonána práce

$$W = W_1 + W_2 \quad \text{!!!}$$

$$(W = 5,028 \cdot 10^{11} \text{ J})$$

- 205.** Na základě výpočtu předcházejícího příkladu určete výšku nad zemským povrchem, v níž se pohybuje družice po kruhové trajektorii, a přitom práce W_1 potřebná na její vynesení i práce W_2 potřebná na její urychlení jsou stejně velké.

$$(h = \frac{R_z}{2} = 3\,190 \text{ km})$$

Pozn.: Tato družice by se pohybovala kruhovou rychlostí přibližně $6,45 \text{ km.s}^{-1}$ a její oběžná doba by byla přibližně 2 hodiny a 35 minut. Navíc výsledek

$$h = \frac{R}{2}$$

platí pro jakoukoli oběžnici na kruhové trajektorii kolem centrálního kulového tělesa bez ohledu na hmotnost její i centrálního tělesa.

- 206.** Vypočítejte rychlost stacionární družice a její výšku nad povrchem Země.

$$(v_k = 3,072 \text{ km.s}^{-1}; h = 35\,863 \text{ km} = 5,62 R_z)$$

- 207.** Určete rychlost pohybu Země a dobu jednoho jejího oběhu kolem Slunce.

$$(v_k = 29,78 \text{ km.s}^{-1}; T = 365,25 \text{ dne})$$

- 208.** Druhý Marsův měsíc Deimos obíhá kolem této planety prakticky po kruhové trajektorii, jejíž poloměr je $23\,460 \text{ km}$. Doba oběhu Deimose je $1,263 \text{ dne}$. Určete hmotnost Marsu.

$$(M = 6,418 \cdot 10^{23} \text{ kg})$$

- 209.** Družice se pohybuje po kruhové trajektorii ve výšce 60 km nad povrchem Měsíce. Jaká je její rychlost a jak jí musíme zvýšit, aby se mohla vrátit zpět k Zemi?

$$(v_k = 1,651 \text{ km.s}^{-1}; v_p = 2,335 \text{ km.s}^{-1}; \Delta v = 684 \text{ m.s}^{-1})$$

- 210.** Vypočítejte pomocí 3. Keplerova zákona oběžnou dobu Jupitera kolem Slunce, má-li hlavní poloosa jeho eliptické trajektorie délku $5,202\,8 \text{ AU}$ (astronomické jednotky); hmotnost planety Jupiter je $1,899 \cdot 10^{27} \text{ kg}$.

$$(T = 11,862 \text{ roku})$$



VI. Elektrické pole

Ⓜ Veličiny potřebné pro výpočet následujících příkladů:

elementární náboj	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
klidová hmotnost elektronu	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
klidová hmotnost protonu	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
permitivita vakua	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
$k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ F}^{-1} \cdot \text{m}$
gravitační konstanta	$k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$

211. Jakou silou na sebe působí dva bodové náboje $Q_1 = +24 \text{ } \mu\text{C}$ a $Q_2 = -18 \text{ } \mu\text{C}$ ve vzdálenosti 6 cm ve vakuu? Jak se tato síla změní, když náboje nejprve spojíme, a pak oddálíme na původní vzdálenost?

$$(F_1 = 1,08 \cdot 10^3 \text{ N} - \text{přitažlivá}; F_2 = 22,5 \text{ N} - \text{odpudivá})$$

212. Porovnejte velikost elektrické a gravitační síly, jimiž na sebe vzájemně působí v atomu vodíku proton a elektron, je-li podle Bohrova modelu tohoto atomu poloměr kruhové trajektorie elektronu $5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

$$(F_e = 8,24 \cdot 10^{-8} \text{ N} - \text{přitažlivá}; F_g = 3,63 \cdot 10^{-47} \text{ N} - \text{přitažlivá}; \frac{F_e}{F_g} = 2,27 \cdot 10^{39})$$

213. Určete rychlost a frekvenci elektronu na jeho kruhové trajektorii v atomu vodíku.

$$(v = 2,19 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; f = 6,58 \cdot 10^{15} \text{ Hz})$$

214. Dva stejně velké bodové náboje působí na sebe ve vakuu ve vzdálenosti 36 cm silou určité velikosti. Jak daleko je musíme od sebe umístit v oleji s relativní permitivitou 6, aby se tato síla nezměnila?

$$(r_2 = 14,7 \text{ cm})$$

215. Na dvou nitích zanedbatelné hmotnosti majících délku 10 cm a upevněných v jednom bodě jsou zavěšena dvě stejná tělíska o hmotnosti 1 g nabitá stejným nábojem. Určete jeho velikost, jestliže nitě svírají vlivem výsledného silového působení úhel právě 60° .

$$(Q = 8,0 \cdot 10^{-8} \text{ C} \dots \text{dosadíme-li tíhové zrychlení } g \approx 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2};$$

přitom náboje musí mít **stejná** znaménka !!!)

216. Ve všech třech vrcholech rovnostranného trojúhelníka se nacházejí stejně velké souhlasné náboje 10^{-8} C. Jaký náboj musíme umístit do těžiště trojúhelníka, aby výsledná síla působící na náboje ve vrcholech byla nulová?

($Q^* = 5,77$ nC ... znaménko náboje musí být **opačné**
vzhledem k nábojům ve vrcholech trojúhelníka !!!)

217. Dva kladné bodové náboje $2 \mu\text{C}$ a $8 \mu\text{C}$ se nacházejí ve vzdálenosti 21 cm. Ve kterém místě prostoru je intenzita jejich výsledného elektrického pole nulová?

(Toto místo se nachází **na spojnici** obou nábojů;
je vzdáleno 7 cm od menšího náboje a 14 cm od většího náboje.)

218. Jak velká síla působí na elektron vzdálený 20 cm od dlouhého přímého vodiče, jenž je nabit tak, že lineární délková hustota náboje je 10^{-3} C.m⁻¹ ?

$$(F_e = 1,44 \cdot 10^{-11} \text{ N})$$

219. Na jaké dráze a za jaký čas získá elektron rychlost $5 \cdot 10^6$ m.s⁻¹, je-li urychlován elektrickou silou v homogenním elektrickém poli intenzity 300 V.m⁻¹? Předpokládáme, že elektron byl původně v klidu.

$$(s = 0,24 \text{ m} ; t = 95 \text{ ns})$$

220. Elektrody rovinného deskového kondenzátoru **bez dielektrika** mají plochu 2 m^2 a vzdálenost 5 mm. Kondenzátor nabijeme na napětí 10 kV.

Vypočítejte: a) kapacitu tohoto kondenzátoru,
b) náboj na jeho deskách,
c) intenzitu elektrického pole mezi deskami.

$$(C = 3,54 \text{ nF} ; Q = 3,54 \cdot 10^{-5} \text{ C} ; E = 2 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1})$$

221. Rovinný deskový kondenzátor s plochou desek 100 cm^2 , jež jsou od sebe vzdáleny 3 mm, je nabit nábojem 66 nC. Určete velikost rychlosti, kterou získá elektron volně vypuštěný u záporné desky kondenzátoru při dopadu na desku kladnou.

$$(v = 2,8 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1})$$

222. Dva kondenzátory se stejnou kapacitou zapojíme jednak do série a jednak paralelně. Rozdíl v celkových kapacitách obou těchto kombinací jsou $3 \mu\text{F}$. Určete kapacitu obou kondenzátorů.

$$(C = 2 \mu\text{F})$$

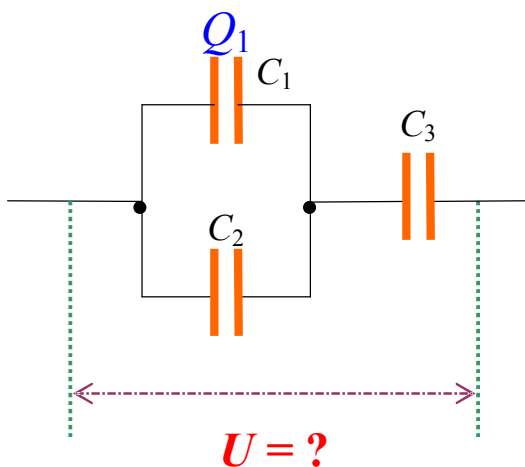
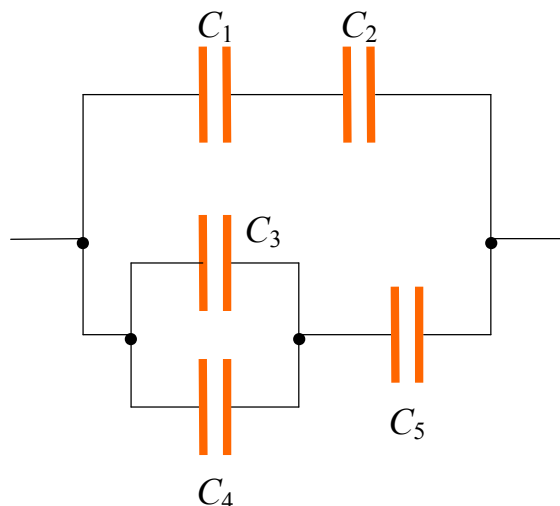
223. Tři kondenzátory mají kapacity $5 \mu\text{F}$, $3 \mu\text{F}$ a $2 \mu\text{F}$. Při jakém zapojení dávají
a) maximální,
b) minimální kapacitu?

$$(C_{\max} = 10 \mu\text{F} \text{ při čistě paralelním a } C_{\min} = 0,97 \mu\text{F} \text{ při čistě sériovém zapojení})$$

224. Určete hodnotu výsledné kapacity sestavy kondenzátorů zapojených podle schématu na vedlejším obrázku, je-li:

$$\begin{aligned} C_1 &= 600 \text{ pF} , \\ C_2 &= 1,2 \text{ nF} , \\ C_3 &= 200 \text{ pF} , \\ C_4 &= 300 \text{ pF} , \\ C_5 &= 500 \text{ pF} . \end{aligned}$$

$$(C = 650 \text{ pF})$$



225. Tři kondenzátory o kapacitách $C_1 = 9 \mu\text{F}$, $C_2 = 3 \mu\text{F}$ a $C_3 = 4 \mu\text{F}$ jsou zapojeny podle schématu na obrázku vlevo. Určete, jaké je napětí na celé kombinaci, je-li na deskách prvního kondenzátoru náboj $Q_1 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$?

$$(U = 80 \text{ V})$$

226. Dva kondenzátory s kapacitami $6 \mu\text{F}$ a $4 \mu\text{F}$ nabijeme na napětí 50 V (první z nich) a 150 V (druhý kondenzátor), a pak je souhlasnými póly spojíme paralelně. Jaké pak bude výsledné napětí na soustavě?

$$(U = 90 \text{ V})$$

227. Stejně dva kondenzátory jako v předcházejícím příkladě ($6 \mu\text{F}$ a $4 \mu\text{F}$) nabijeme opět na stejná napětí (50 V a 150 V), ale poté je spojíme paralelně nesouhlasnými póly. Určete jaké bude výsledné napětí na soustavě a jaká bude jeho polarita.

$$(U = 30 \text{ V} ; \text{ polarita napětí bude stejná jako polarita původního napětí na kondenzátoru s kapacitou } 4 \mu\text{F})$$

228. Kondenzátor o kapacitě $20 \mu\text{F}$ byl nabit na napětí 1000 V , a pak byl k jeho svorkám paralelně připojen nenabitý kondenzátor s kapacitou $5 \mu\text{F}$. Jak se po spojení změnila elektrická energie celé soustavy?

$$(\Delta E_{\text{el}} = -2 \text{ J})$$

229. Tři kondenzátory s kapacitami $2 \mu\text{F}$, $3 \mu\text{F}$ a $6 \mu\text{F}$ jsou spojeny sériově a připojeny ke zdroji s napětím 240 V . Určete elektrickou energii každého z nich.

$$(E_1 = 14,4 \text{ mJ} ; E_2 = 9,6 \text{ mJ} ; E_3 = 4,8 \text{ mJ})$$

230. Vzduchový deskový kondenzátor má kapacitu 100 pF při vzdálenosti desek 1 cm. Jak změníme jeho kapacitu, když mezi desky rovnoběžně vložíme plech tloušťky 2 mm ?
(Kapacita vzroste na 125 pF.)

231. Určete kapacitu deskového kondenzátoru o plošném obsahu desek 100 cm^2 vzdálených 2 mm, jestliže mezi ně rovnoběžně zasuneme desku ebonitu (tj. dielektrika) tloušťky 1 mm s relativní permitivitou 3.
($C = 66,4 \text{ pF}$)

232. Desky rovinného kondenzátoru s plošným obsahem $0,5 \text{ m}^2$, jež jsou vzdáleny od sebe 2 mm, byly nabitý na napětí 10 kV, a poté odpojeny od nabíjecího zdroje. Jakou práci musíme vykonat, jestliže desky chceme oddálit na 8 krát větší vzdálenost?
($W = 0,775 \text{ J}$)

233. Mezera o šířce 1 mm mezi deskami kondenzátoru o ploše $0,2 \text{ m}^2$ je vyplněna dielektrikem, jehož relativní permitivita je 5. Jak velkou práci musíme vynaložit na odstranění dielektrika z kondenzátoru, jestliže byl původně nabit na napětí 3 000 V ?
($W = 0,159 \text{ J}$)

234. Vzduchový deskový kondenzátor s plošným obsahem desek $0,1 \text{ m}^2$, jež jsou vzdáleny 1 mm, nabijeme na napětí 1 kV. Jak velkou silou se desky přitahují?
($F = 0,443 \text{ N}$)

235. Deskový kondenzátor je vyplněn dielektrikem, jehož relativní permitivita je rovna třem. Intenzita elektrického pole **v dielektriku** je $1 \text{ kV}\cdot\text{mm}^{-1}$. Určete povrchovou hustotu volného náboje na vodivých kovových deskách kondenzátoru a povrchovou hustotu vázaného (indukovaného) náboje na povrchu dielektrika.
($s = 2,66 \cdot 10^{-5} \text{ C}\cdot\text{m}^{-2}$; $s_{\text{váz.}} = 1,77 \cdot 10^{-5} \text{ C}\cdot\text{m}^{-2}$)

236. Vypočítejte kapacitu válcového kondenzátoru, jehož elektrody mají vnitřní poloměr 4 cm a vnější 5 cm a jehož výška je 80 cm. Prostor mezi elektrodami je zcela vyplněn dielektrikem s relativní permitivitou 3,4.
($C = 678 \text{ pF}$)

237. Dva sousedé válce mají výšku h a poloměry R_1 a R_2 . Vnitřní je nabit záporným nábojem $-Q$, vnější stejně velkým kladným nábojem $+Q$. V prostoru mezi válci obíhá po kruhové trajektorii o poloměru r kladně nabitá částice Q^* , jejíž hmotnost je m . Určete její rychlost.

$$v = \sqrt{\frac{Q \cdot Q^*}{2 \cdot p \cdot e_0 \cdot m \cdot h}} \quad \text{P} \quad \text{rychlost } v \text{ částice vůbec nezávisí na}$$

poloměru r její trajektorie !!!



VII. Ustálený elektrický proud

- 238.** Vodičem o odporu 15Ω prošel za 2 minuty náboj 30 C. Určete, jak velké bylo napětí na koncích vodiče.

$$(U = 3,75 \text{ V})$$

- 239.** Určete velikost elektrického náboje, jenž projde za 10 s vodičem, vzrůstá-li proud rovnoměrně od nuly do maximální hodnoty 3 A.

$$(Q = 15 \text{ C})$$

- 240.** Na anodě elektronky se „přeměnou“ kinetické energie dopadajících elektronů vyvine za 20 min teplo 16 J. Určete, jak velká je rychlost dopadajících elektronů, je-li hodnota anodového proudu procházejícího elektronkou 6 mA.

$$(v = 8,85 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1})$$

- 241.** Dva rezistory jsou sériově připojeny ke zdroji napětí 120 V a prochází jimi proud 3 A. Jestliže je spojíme paralelně a připojíme k témuž zdroji, bude procházet obvodem od zdroje ke kombinaci celkový proud 16 A. Jaké jsou odpory obou rezistorů?

$$\begin{aligned} &(\text{Úloha má dvě „symetrická“ řešení: } R_1 = 30 \Omega, R_2 = 10 \Omega \\ &\text{a } R_1' = 10 \Omega, R_2' = 30 \Omega) \end{aligned}$$

- 242.** Tři rezistory o odporech postupně 10Ω , 15Ω a 20Ω jsou zapojeny paralelně. Určete, jaký proud prochází prostředním rezistorem o odporu 15Ω , když celkový proud v obvodu (od zdroje ke kombinaci) je 1,2 A.

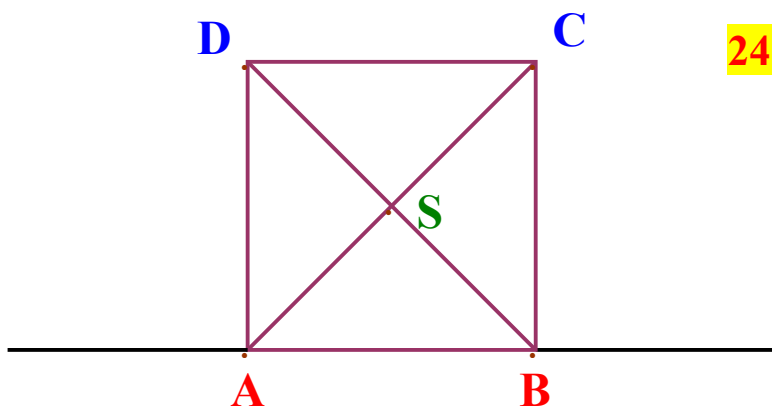
$$(I_2 = 0,37 \text{ A})$$

- 243.** Stejně tři rezistory o odporech 10Ω , 15Ω a 20Ω jsou tentokrát zapojeny sériově. Jaké musí být celkové napětí na této kombinaci, jestliže na rezistoru o odporu 15Ω je napětí právě 3 V ?

$$(U = 9 \text{ V})$$

- 244.** Na kolik stejně dlouhých částí je třeba rozřezat vodič délky l a průřezu S , jehož odpor je 192Ω , abychom při následném paralelním zapojení všech těchto částí dostali výsledný odpor 3Ω ?

(Vodič musíme rozřezat celkem na 8 částí.)

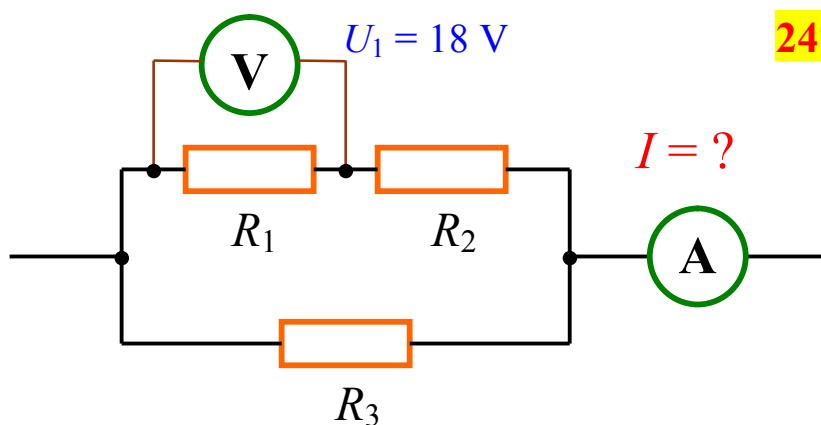
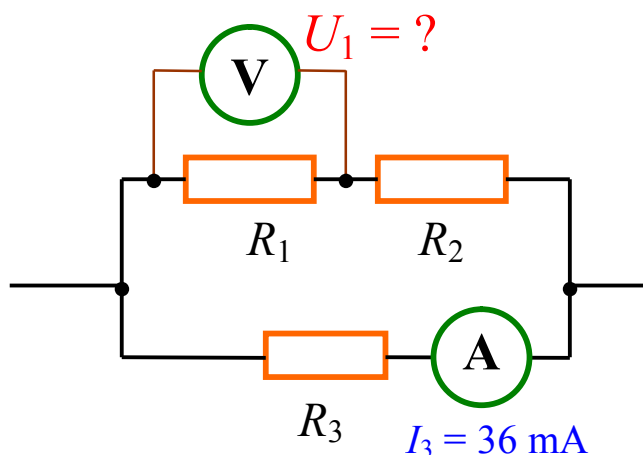


245. Určete výsledný odpor zapojení mezi body **A** a **B** (viz vedlejší obrázek), je-li odpor všech osmi vodičů tvořících tuto čtvercovou síť stejný a rovný R .

$$(R_{\text{celk}} = \frac{8}{15} R)$$

246. Určete, jak velké napětí ukazuje voltmetr na vedlejším obrázku, jsou-li odpory jednotlivých rezistorů $R_1 = 12 \Omega$, $R_2 = 42 \Omega$ a $R_3 = 750 \Omega$. Ampérmetr, jenž je zapojen v dolní větvi, přitom ukazuje proud 36 mA.

$$(U_1 = 6 \text{ V})$$



247. Určete, jaký proud ukazuje ampérmetr na připojeném obrázku, jsou-li odpory jednotlivých rezistorů:

$$R_1 = 36 \Omega,$$

$$R_2 = 64 \Omega,$$

$$R_3 = 25 \Omega.$$

Voltmetr připojený ke svorkám prvního rezistoru přitom ukazuje napětí 18 V.

$$(I = 2,5 \text{ A})$$

248. Voltmetr o rozsahu do 10 V má odpor 600 Ω . Jaký musíme použít předřadný odpor, abychom mohli tímto přístrojem měřit napětí do 60 V ?

$$(R_p = 3 \text{ k}\Omega)$$

249. Ampérmetr o odporu 0,2 Ω měří proudy do 50 mA. Jak velký musí být odpor bočníku, aby se tímto přístrojem mohly měřit proudy do 1 A ?

$$(R_b = 10,5 \text{ m}\Omega)$$

250. Na žárovce s wolframovým vláknem je nápis 120 V, 60 W. Při pokojové teplotě 20 °C byl naměřen odpor žárovky 20 Ω. Jaká je teplota vlákna svítící žárovky, je-li teplotní součinitel odporu wolframu $4,83 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$?

$$(t = 2\,520 \text{ °C})$$

251. K baterii se svorkovým napětím 12 V je připojeno 6 stejných spotřebičů ve dvou paralelních větvích, přičemž v jedné jsou dva a ve druhé čtyři spotřebiče. Jaký je odpor R každého z nich, je-li **celkový** výkon dodávaný do všech šesti spotřebičů 30 W ?

$$(R = 3,6 \text{ Ω})$$

252. Dva rezistory s odpory 6 Ω a 30 Ω jsou zapojeny **do série** a připojeny ke zdroji elektrického proudu o napětí 36 V. Určete výkony elektrického proudu v každém z nich.

$$(P_1 = 6 \text{ W} ; P_2 = 30 \text{ W})$$

253. Dva rezistory z předcházející úlohy s odpory 6 Ω a 30 Ω zapojíme tentokrát **paralelně** a opět je připojíme ke zdroji elektrického proudu o napětí 36 V. Určete, jaké budou nyní výkony elektrického proudu v každém z nich.

$$(P_1 = 216 \text{ W} ; P_2 = 43,2 \text{ W})$$

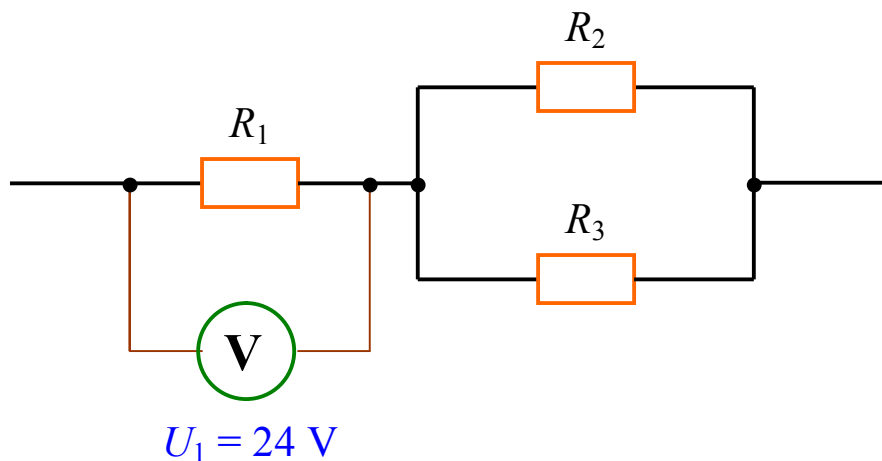
254. Dvě žárovky s odpory 30 Ω a 20 Ω jsou připojeny ke zdroji napětí 24 V. Jaká elektrická energie se v každé žárovce spotřebuje za jednu hodinu, jestliže je zapojíme a) sériově, b) paralelně?

$$(a) E_1 = 24,9 \text{ kJ} ; E_2 = 16,6 \text{ kJ} ; b) E_1 = 69,1 \text{ kJ} ; E_2 = 103,7 \text{ kJ}$$

255. V zapojení na obrázku je dáno:

$$R_1 = 96 \text{ Ω}, R_2 = 48 \text{ Ω}, R_3 = 12 \text{ Ω}.$$

Určete, jak velké teplo se vyvine v rezistoru s odporem R_3 za deset minut.



$$(Q = 48 \text{ J})$$

256. Zjistěte, zda lze zapojit dvě žárovky určené obě na napětí 100 V, jednu s výkonem 100 W, druhou o výkonu 25 W, sériově ke zdroji s napětím 200 V. Vnitřní odpor zdroje je zanedbatelný.

(Toto zapojení sice lze provést, ale ty následky !!! Ⓜ na 100 W žárovce by bylo v takovém případě napětí jen 40 V, při němž by byl její výkon pouhých 16 W. Žárovka by byla „podžhavená“ a prakticky by nesvítla vůbec. Na svorkách druhé 25 W žárovky bychom naměřili napětí 160 V – její výkon by tím pádem stoupl až na 64 W a došlo by zcela jistě velmi rychle k jejímu spálení, a tím i k přerušení celého obvodu.)

257. Určete svorkové napětí galvanického článku, je-li jeho elektromotorické napětí 1,5 V a vnitřní odpor 1,2 Ω, jestliže je při provozu zatížen odběrem proudu spotřebičem o odporu 3 Ω.

$$(U = 1,07 \text{ V})$$

258. Při odběru proudu 3 A do obvodu je hodnota svorkového napětí baterie 24 V. Odebíráme-li však proud 4 A, klesne svorkové napětí na pouhých 20 V. Určete elektromotorické napětí baterie a její vnitřní odpor.

$$(U_e = 36 \text{ V} ; R_i = 4 \text{ } \Omega)$$

259. Ke zdroji s elektromotorickým napětím 3,6 V připojíme rezistor o odporu 10 Ω a naměříme svorkové napětí 3,05 V. Jak se svorkové napětí změní, když k prvnímu rezistoru paralelně připojíme ještě jeden rezistor o stejném odporu (tedy opět 10 Ω)?

$$(\Delta U = -0,404 \text{ V}; \text{ a tedy } U_2 = 2,646 \text{ V})$$

260. Jak musíme spojit dva stejné články, každý s elektromotorickým napětím 1,5 V a vnitřním odporem 1,4 Ω, aby obvodem, jehož odpor je 0,2 Ω, protékal co největší proud?

(Články musíme zapojit paralelně Ⓜ proud bude mít v takovém případě hodnotu 1,67 A ; při sériovém zapojení článků to bude jen 1 A.)

261. Žárovka, na níž jsou uvedené údaje $U_z = 12 \text{ V}$, $P_z = 60 \text{ W}$, je připojena ke zdroji elektrického proudu, jehož vnitřní odpor má hodnotu 1 Ω. Voltmetr připojený ke svorkám zdroje ukazuje, že svorkové napětí zdroje je v tomto případě právě 13 V.

Určete: a) jaký musí být odpor přívodních vodičů, aby na žárovce bylo požadované pracovní napětí 12 V,

b) jaké je elektromotorické napětí zdroje,

c) jaký je výkon zdroje elektrického proudu.

$$(R_v = 0,2 \text{ } \Omega ; U_e = 18 \text{ V} ; P_{\text{zdroje}} = 90 \text{ W})$$

262. Sto žárovek (každá o výkonu 1,2 W při napětí 12 V) zapojíme paralelně ke zdroji vnitřního odporu 0,2 Ω tak, aby na nich bylo požadovaných 12 V. Odpor přívodních vodičů je 0,6 Ω. Určete elektromotorické a svorkové napětí zdroje a jeho výkon.

$$(U_e = 20 \text{ V} ; U = 18 \text{ V} ; P_{\text{zdroje}} = 200 \text{ W})$$

263. Zdroj elektrického proudu s elektromotorickým napětím 4,5 V a vnitřním odporem 1,5 Ω je připojen ke dvěma paralelně zapojeným rezistorům s odpory 4 Ω a 12 Ω . Určete všechny proudy, jež protékají obvodem, a výkony spotřebované na všech třech odporech.

$$(I_{\text{celk}} = 1 \text{ A} ; I_1 = 0,75 \text{ A} ; I_2 = 0,25 \text{ A} ; P_1 = 1,5 \text{ W} ; P_2 = 2,25 \text{ W} ; P_3 = 0,75 \text{ W})$$

264. Ke zdroji s elektromotorickým napětím 18 V a vnitřním odporem 5 Ω je připojen spotřebič, jímž prochází proud 0,6 A.

Určete:

- odpor spotřebiče,
- příkon elektrického proudu do tohoto spotřebiče,
- účinnost obvodu.

$$(R = 25 \Omega ; P = 9 \text{ W} ; h = 83,3 \%)$$

265. Ke zdroji o elektromotorickém napětí 12 V a vnitřním odporu 2 Ω je připojen spotřebič o odporu 6 Ω .

Určete:

- výkon zdroje,
- výkon elektrického proudu ve vnější části obvodu,
- účinnost zdroje.

$$(P_z = 18 \text{ W} ; P = 13,5 \text{ W} ; h = 75 \%)$$

266. Baterie s elektromotorickým napětím 9 V a vnitřním odporem 1,5 Ω je připojena ke spotřebiči o neznámém odporu R . Určete, při jak velkém proudu bude výkon spotřebovaný na tomto spotřebiči právě 7,5 W.

(Tato úloha má dvě řešení: **1)** $I_1 = 5 \text{ A}$ při odporu spotřebiče $R_1 = 0,3 \Omega$;
2) $I_2 = 1 \text{ A}$ při odporu spotřebiče $R_2 = 7,5 \Omega$.)

267. Elektrický vařič má dvě topné spirály. Zapneme-li jednu, uvede se určité množství vody do varu za 15 minut, zapneme-li jen druhou, pak se totéž množství vody bude vařit za 30 minut. Za jak dlouho by se dané množství vody přivedlo do varu, kdybychom obě topné spirály zapojili sériově?

$$(t = 45 \text{ minut})$$

268. Vodičem o odporu 5 Ω protéká elektrický proud, jehož velikost rovnoměrně vzrůstá z počáteční nulové hodnoty na konečnou hodnotu I_{max} po dobu 16 s. Za tuto dobu tak celkem proteče vodičem náboj 40 C. Určete energii tohoto elektrického proudu.

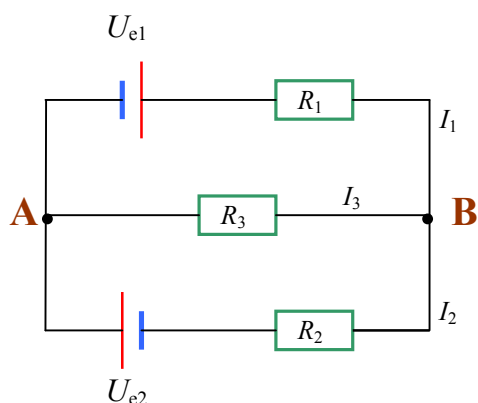
$$(E = 667 \text{ J})$$

269. Akumulátor s elektromotorickým napětím 12 V a vnitřním odporem 0,25 Ω má být nabíjen ze zdroje, jehož nabíjecí napětí je 100 V. Jak velký odpor musíme zařadit sériově k akumulátoru, má-li být nabíjecí proud právě 4,8 A, jestliže je odpor přírodních vodičů v obvodu 3 Ω ?

$$(R_p = 15,1 \Omega)$$

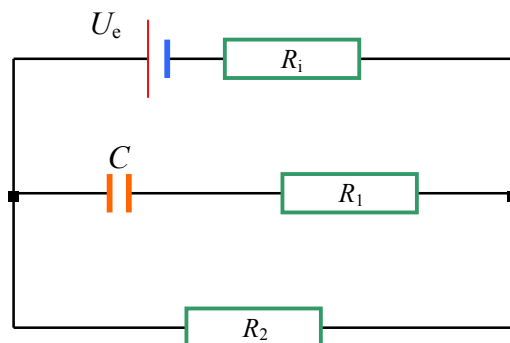
270. Určete proudy tekoucí sítí na vedlejším obrázku, je-li dáno:

$$\begin{aligned} U_{e1} &= 10 \text{ V} ; & R_1 &= 5 \Omega ; \\ U_{e2} &= 6 \text{ V} ; & R_2 &= 10 \Omega ; \\ & & R_3 &= 20 \Omega . \end{aligned}$$



($I_1 = 1,2 \text{ A}$; $I_2 = 1 \text{ A}$; $I_3 = 0,2 \text{ A}$;
přitom proudy I_2 a I_3 přitékají do levého uzlu **A**, proud I_1 z něj vytéká.)

271. Je daná síť dle následujícího obrázku. Určete náboj na deskách kondenzátoru, jehož kapacita je C , jestliže znáte elektromotorické napětí zdroje U_e , jeho vnitřní odpor R_i a také velikosti odporů R_1 a R_2 obou rezistorů.



$$\left(Q = R_2 \cdot \frac{U_e}{R_i + R_2} \cdot C \right)$$

