

Charakteristické a brzdné rentgenové záření

Úkol: Zjištění vlnových délek charakteristického záření Cu anody, ověření Duane –Hunteova zákona a výpočet Planckovy konstanty.

Potřeby: Podle seznamu na pracovišti - zkontrolovat úplnost - podepsat převzetí

1. ÚVOD

Rentgenové záření je **elektromagnetické** záření, jehož vlnová délka je řádu angströmů (10^{-10} m). Vzniká, je-li terč z pevné látky (anoda) bombardován svazkem elektronů o kinetické energii řádově tisíc elektronvoltů. Dělíme je na brzdné a charakteristické.

Brzdné záření vzniká náhlým nebo postupným zbrzděním urychleného elektronu v elektronovém obalu atomu anody. Při jednorázové ztrátě energie se veškerá energie elektronu vyzáří ve formě fotonu o energii, kterou elektron získal urychlením v elektrickém poli mezi katodou a anodou. Za této situace je vyzářena nejkratší vlnová délka λ_{\min} . Kromě ní je vyzářována celá škála delších vlnových délek, což odpovídá postupné ztrátě energie brzděného elektronu a záření je možno považovat za spojité (obr. 1).

V případě jednorázové ztráty energie pak platí rovnice:

$$E = eU = \frac{hc}{\lambda_{\min}}, \quad (1)$$

kde $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C je náboj elektronu, $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J.s je Planckova konstanta a $c = 2,998 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ je rychlost světla, U je urychlovací napětí [V].

Pro vlnovou délku λ_{\min} pak dostáváme:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \cong 1,24 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{U} \quad [\text{m}]. \quad (2)$$

Tento vztah bývá nazýván **Duane x – Hunteův zákon**. Povšimněte si, že hodnota prahové vlnové délky vůbec nezávisí na materiálu anody.

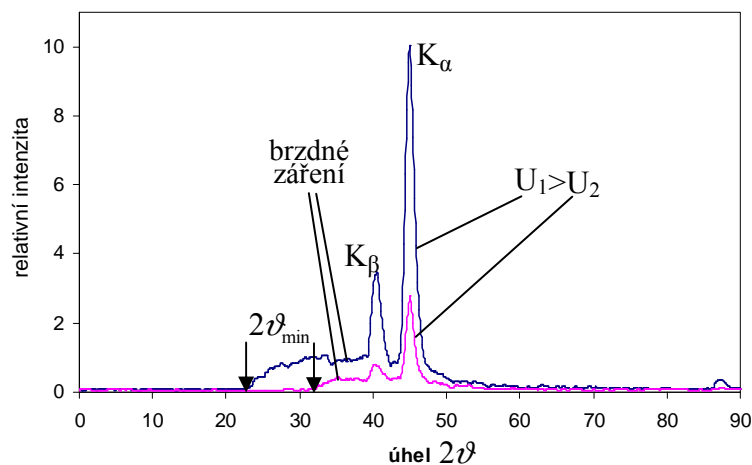
Charakteristické záření vzniká tak, že elektron z vnitřní hladiny atomu anody je vyzářen urychleným elektronem emitovaným katodou a na jeho místo přechází elektrony z vyšších energetických hladin. Rozdíl energií je pak vyzářen. Dostaneme spektrální série, jež jsou obdobou sérií pozorovaných u excitovaného atomu vodíku. Jestliže se přechod uskutečňuje na hladinu s hlavním kvantovým číslem $n = 1$, značíme ji sérií K , pro přechody na hladinu $n = 2$ dostaneme sérii L , atd. Spektrum charakteristického záření se překládá přes spektrum záření brzdného. Ze **spojitého spektra brzdného záření vyčnívají spektrální čáry (píky) záření charakteristického** (obr. 1). V našem případě budeme určovat píky charakteristického záření pro rentgenovou lampu s měděnou anodou.

Vlnovou délku charakteristického Rentgenova záření umožňuje zjistit **Braggova rovnice**. Podle ní dochází k maximálnímu zesílení rentgenového záření na krystalové mříži, je-li splněna podmínka

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (3)$$

kde d je mezivrstevná vzdálenost, ϑ je úhel mezi dopadajícím paprskem a krystalovou rovinou, λ je vlnová délka dopadajícího záření, n je malé celé číslo, které udává řád maxima intenzity a může nabývat jen takových hodnot, aby vlnová délka vyhovující rovnici (3) nebyla v rozporu s s rovnicí (1). Volíme-li např. urychlovací napětí $U = 12,4$ kV, je $\lambda_{\min} 10^{-10}$ m. Pro **krystal LiF**, na kterém dojde k difrakci, je **$d = 201$ pm**. Zvolíme-li úhel $\vartheta = 20^\circ$, pak z rovnice (3) pro $n = 1$ vyplývá $\lambda = 1,375 \cdot 10^{-10}$ m. Je zřejmé, že pro $n = 2$ již dostaneme vlnovou

délku kratší, než je λ_{\min} a tedy v daném směru při voleném napětí se šíří záření jen jediné vlnové délky. Krystal v tomto případě slouží jako monochromátor.



Obr.1. Spektra závislosti intenzity rentgenového záření na dvojnásobku Braggova úhlu pro dvě různá urychlující napětí

Jelikož rentgenovo záření je elektromagnetické, platí pro jeho energii **Planckův vztah**

$$E = h.c/\lambda \quad (4)$$

S pomocí Braggovy rovnice pak můžeme psát

$$\sin \vartheta_{\min} = h.c/2.d.E \quad (5)$$

a s ohledem na vztah $E = e.U$ můžeme napsat rovnici

$$\sin \vartheta_{\min} = \frac{h.c}{2.d.e} \cdot \frac{1}{U} = a \cdot \frac{1}{U}, \text{ kde } a = h.c/2d.e \quad (6)$$

Hodnotu a můžeme určit jako směrnici experimentálně zjištěné přímkové závislosti $\sin \vartheta_{\min} - 1/U$ a Planckovu konstantu vypočítat ze ze vztahu

$$h = a \cdot \frac{2.d.e}{c} \quad (7)$$

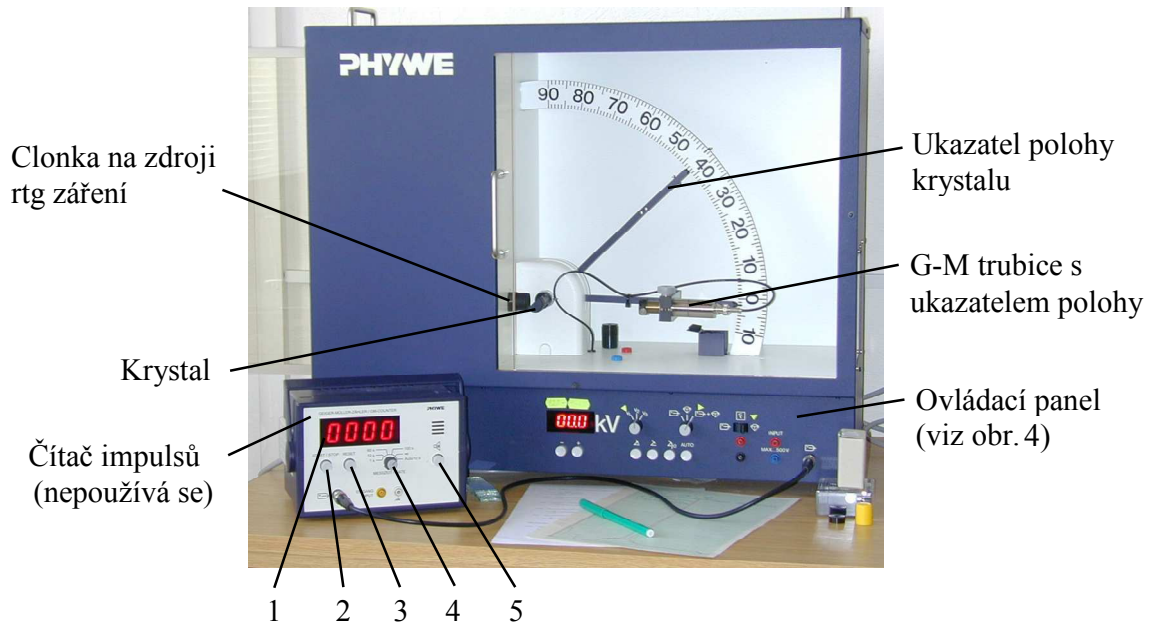
2. POPIS APARATURY

Měření bude prováděno na aparatuře firmy PHYWE (viz obr. 2), která obsahuje:

- zdroj rentgenového záření
- krystal LiF, na kterém dochází k difrakci (**$d = 201 \text{ pm}$**)
- ovládací prvky k nastavení polohy krystalu
- ukazatele polohy krystalu a difraktovaného paprsku
- Geiger – Müllerovu trubici
- čítač impulsů (v této úloze se nepoužívá)
- měřič četnosti impulsů
- regulační systém k nastavení urychlujícího napětí
- automatické vypínání urychlujícího napětí při otevření ochranného krytu.

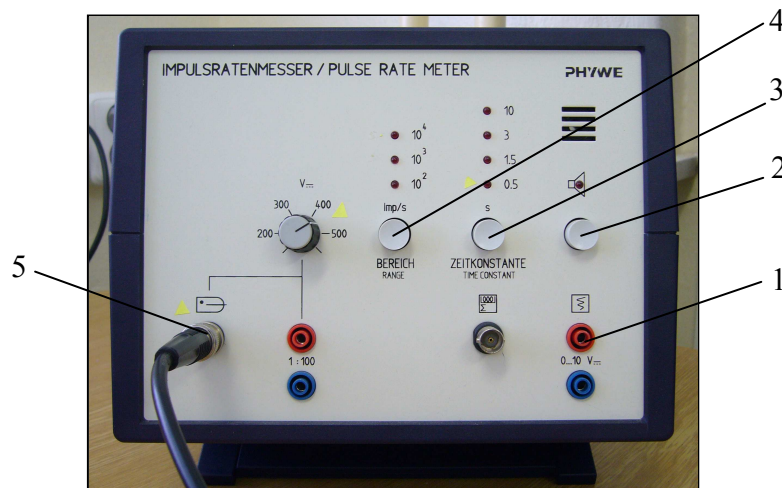
Intenzita záření se měří pomocí Geiger – Müllerovy trubice, která registruje elektrické pulzy doprovázející generaci iontů přítomného plynu. Jejich počet za jednotku času, který je úměrný intenzitě rtg záření, lze měřit pomocí Geiger-Müllerova čítače (Phywe Geiger- Müller Zahler/GM Counter), který se v této úloze nepoužívá.

S pomocí měřiče četnosti impulsů Phywe Impulsratenmesser / Pulse Rate Meter (obr. 3) je možno počet impulsů za jednotku času převádět na ss napětí, jehož hodnota je úměrná intenzitě rtg záření, a které lze po digitalizaci zpracovávat počítačem. Tato varianta, s digitizérem LabQuest, bude v této úloze používána.



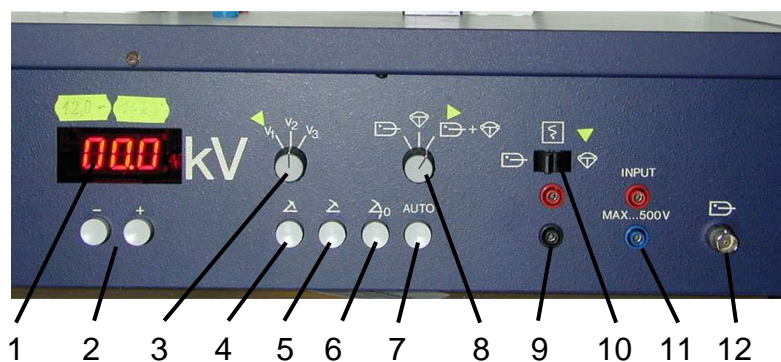
- 1) displej čítače impulsů (GM Counter) – v této úloze se čítač nepoužívá!
- 2) start/stop registrace impulsů
- 3) nulování
- 4) nastavení doby registrace
- 5) vypínač zvukové indikace

Obr. 2. Rentgenová aparatura PHYWE



Obr. 3. Měřič četnosti impulsů (Impulsratenmesser / Pulse Rate Meter)

- 1) výstup stejnosměrného napěťového signálu
- 2) vypínání/zapínání zvuku
- 3) časová konstanta (Zeitkonstante)
- 4) rozsah (Bereich)
- 5) vstup signálu od rtg přístroje



Obr. 4. Ovládací panel rtg přístroje

- 1) Ukazatel urychlovacího napětí
- 2) Snižování/zvyšování urychlovacího napětí
- 3) Rychlost otáčení krystalu (V_1 minimální)
- 4) Zvětšování úhlu ϑ
- 5) Zmenšování úhlu ϑ
- 6) Nastavení vodorovné polohy obou ukazatelů
- 7) Automatické otáčení krystalu
- 8) Způsob ovládání ukazatelů úhlu
- 9) Výstup pro registrační přístroj
- 10) Přepínač elektronické registrace úhlu nastavení GM trubice nebo krystalu
- 11) Vstup pro napětí k měření změny vodivosti plynu vlivem rtg záření
- 12) Výstup pro čítač GM trubice

POSTUP PRÁCE

A) Měření charakteristického záření rtg lampy s Cu anodou.

Určete úhly ϑ odpovídající píkům charakteristického záření. Vypočítejte jeho vlnové délky a energii odpovídající pozorovaným přechodům. Výsledky porovnejte s tabelovanými hodnotami. Měření provedte pro urychlovací napětí 11 a 15 kV.

Přípravné práce

- 1) Zapnout počítač (učitel zadá heslo), upravit jas displeje
- 2) Spustit program **Logger Lite 1.4**
- 3) Zapnout datalogger Vernier LABQUEST
- 4) Nastavit parametry měření a grafu
 - v menu Experiment vybrat **Data Collection** a nastavit dobu měření **Length** na hodnotu 90 sec
 - v menu **Options** (po předchozím kliknutí do grafu) vybrat **Graph Options...** a následně otevřít **Axis Options** a nastavit **Time** na hodnoty od 0 do 90 sec. V kolonce **Scaling** vybrat **Manual**
 - v menu pro osu Y nastavit napětí (Potential) od 0 do 10 V (Bottom 0 V, Top 10 V) – toto napětí je úměrné počtu impulsů za sekundu resp intenzitě záření
- 5) Při uzavření předního krytu zapnout měřicí přístroje (Impulsratenmesser a rtg aparaturu)
- 6) Na čítači (IMPULSRATEMESSER) nastavit
 - BEREICH **10^3**
 - ZEITKONSTANTE **0,5**

- 7) Na rtg aparatuře nastavit tlačítka 4 event. 5 **při nulovém napětí (0 kV) !!!**
úhel 10° pro G-M trubici (tj. 5° pro krystal)
 Urychlující napětí lze nejrychleji snížit na **0 kV** malým pootevřením předního krytu.
- 8) Nastavit rychlost otáčení na **V2** (tlačítka 3)
- 9) Nastavit urychlující napětí na **15 kV** (tlačítka 2)

Doporučené hodnoty bezpodmínečně dodržujte !

Zahájení měření

- 10) Na obrazovce klikněte na zelené tlačítka **Collect** Na obrazovce začne časový záznam intenzity záření. Jakmile dosáhne hodnotu 10s stiskněte tlačítka (7) **AUTO** na rtg aparatuře.
- 11) Protože úhel sondy se automaticky zvětší konstantní rychlostí od 0° na 90° za cca 90 sec, lze v tomto případě pokládat časovou závislost za úhlovou závislost.
 Záznam se ukončí automaticky do dosažení 90 s.
- 12) Klikněte na ikonu **Store**, čímž se stopa záznamu na obrazovce ztenčí a je možno zaznamenat další měření
- 13) Pro urychlující napětí **11 kV** proveďte měření podle bodů 10 až 12
- 14) S pomocí kurzoru aktivovaného kliknutím na ikonu **Examine** určete určete úhly (časy), při kterých nastávají **maxima** charakteristického záření a zapište je do tabulky I.
- 15) Naměřený difraktogram uložte s pomocí funkce Print Screen (např. do programu Malování nebo editoru Word), pak na svoji externí paměť (Flash Disk) a později přiložte jako obrázek do protokolu

Případné další měření podle instrukcí učitele.

Mějte stále na paměti, že při G-M trubici v poloze menší než 3° musí být napětí na nule!!!
(pokud není vložena stínící clonka)
Do programu Logger Lite nijak nezasahujte!!!

Tabulka I.

U, kV	$2\vartheta, /^\circ$	$\sin \vartheta$	$\lambda, 10^{-10} \text{ m}$	$E_{\text{exp}}, \text{ eV}$	$E_{\text{tab}}, \text{ eV}$	spektr. čára
11						
15						

B) Ověření Duane – Huntova zákona.

Najděte pro urychlující napětí 10 kV – 20 kV úhel ϑ_{min} při kterém začíná být emitováno brzdné záření.

- 1) Nastavit parametry měření a grafu
 - v menu Experiment vybrat **Data Collection ...** a nastavit dobu měření **Length** na hodnotu **43** sec
 - v menu **Options** (po předchozím kliknutí do grafu) vybrat **Graph Options...** a následně otevřít **Axes Options** a na ose X nastavit **Time** na hodnoty od 0 do 90 sec (Left 0; Right 90). V kolonce **Scaling** vybrat **Manual**
 - v menu pro osu Y nastavit napětí (Potential) od 0 do 10 V (Bottom 0 V, Top 10 V)
- 2) Na čítači (IMPULSRATEMESSER) nastavit
 - BEREICH **10³**
 - ZEITKONSTANTE **0,5**
- 3) Na rtg aparatuře nastavit tlačítka 4 event. 5 **při nulovém napětí (0 kV) !!!**
úhel 10° pro G-M trubici (tj. 5° pro krystal)
 (urychlující napětí lze nejrychleji snížit na **0 kV** malým pootevřením předního krytu).

- 4) Nastavit rychlost otáčení na **V2** (tlačítko 3)
- 5) Nastavit pomocí tlačítek (2) urychlující napětí na **10 kV**

Doporučené hodnoty bezpodmínečně dodržujte !

Zahájení měření

- 6) V menu **Options** upravit pro osu X maximální hodnotu **Time** na 50 s (Right 50).
- 7) Na obrazovce klikněte na zelené tlačítko **Collect**. Na obrazovce začne časový záznam intenzity záření. Jakmile dosáhne hodnotu 10s stiskněte tlačítko (7) **AUTO** na rtg aparatuře.
- 8) V tomto případě platí přibližně **1 sec = 1°**.
Záznam se ukončí automaticky do dosažení 43 s.
- 9) Klikněte na ikonu **Store**, čímž se stopa záznamu na obrazovce ztenčí a je možno zaznamenat další měření
- 10) Pro urychlující napětí **10, 12, 14, 16, 18 a 20 kV** proveďte měření podle bodů 5 až 10
- 11) S pomocí kurzorů (po konzultaci s učitelem) určete pro jednotlivé závislosti hodnoty mezního Braggova úhlu ϑ_{\min} (při kterém se začíná projevovat brzdné záření)
- 12) Exportujte záznam na flashdisk (File, Export as...) jako InspireData (CSV) event. uložte pod svým jménem na HD počítače (do Experiments). Pro zpracování dat v **Excelu je nutné změnit české prostředí** (místní jazykové nastavení) na anglické (USA). Můžete použít také funkci **Print Screen**.

Případné další měření podle instrukcí učitele.

Výsledky měření zaznamenáme do Tabulky II. Z nalezeného úhlu ϑ_{\min} , při kterém začíná být emitováno brzdné záření, vypočteme z rovnice (3) vlnovou délku $\lambda_{\min}^{\text{exp}}$ a porovnáme ji s vlnovou délkou teoretickou λ_{\min} , určenou z rovnice (2). Obdobný výpočet provedeme pro energii E.

Tabulka II.

U, kV	$2\vartheta_{\min}, /^\circ$	$\sin \vartheta_{\min}$	$\lambda_{\min}^{\text{exp}}, 10^{-10} \text{ m}$	$\lambda_{\min}^{\text{teor}}, 10^{-10} \text{ m}$	$E_{\text{exp}}, \text{ eV}$	$E_{\text{teor}}, \text{ eV}$
10						
12						
.						
.						
20						

C) Stanovení Planckovy konstanty

Nakreslete graf závislosti $\lambda_{\min}^{\text{exp}}(U^{-1})$, určete její směrnici *a* s jejíž pomocí vypočtete Planckovu konstantu (viz rov. 7).